SÉRIE A, N° 4707
N° D'ORDRE : 5555

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

PATRICE SULMONT

1re THÈSE

APPLICATIONS DE LA THÉORIE DES SURFACES PORTANTES AU CALCUL DES HÉLICES MARINES SUB- ET SUPERCAVITANTES

2e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

SUR LES MOUVEMENTS PROPULSIFS DES POISSONS

Soutenues, le 25 janvier 1966, devant la Commission d'Examen

Jury { MM. MALAVARD — *Président.*
GERMAIN, SIESTRUNCK — *Examinateurs.*

SÉRIE A, N° 4707
N° D'ORDRE : 5555

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

PATRICE SULMONT

1re THÈSE

APPLICATIONS DE LA THÉORIE DES SURFACES PORTANTES AU CALCUL DES HÉLICES MARINES SUB- ET SUPERCAVITANTES

2e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

SUR LES MOUVEMENTS PROPULSIFS DES POISSONS

Soutenues, le 25 janvier 1966, devant la Commission d'Examen

Jury : MM. MALAVARD — *Président.*
GERMAIN, SIESTRUNCK — *Examinateurs.*

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

APPLICATIONS DE LA THÉORIE DES SURFACES PORTANTES AU CALCUL DES HÉLICES MARINES SUB- ET SUPERCAVITANTES

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546821_0052

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen ..... M. ZAMANSKY

PROFESSEURS

BRELOT	T	Analyse supérieure
PRENANT	T	Anatomie et histologie comparée
GRASSE	T	Evolution des êtres organisés
PREVOST	T	Chimie organique
WYART	T	Minéralo & cristallo
TEISSIER	T	Zoologie
MANGENOT	T	Biologie végé (Orsay)
AUGER	T	Physique quantique et relativité
MONNIER	T	Physiologie générale
PIVETEAU	T	Paléontologie
ROCARD	T	Physique E.N.S.
CARTAN	T	Mathématiques E.N.S.
LAFFITTE	T	Chimie générale
N...	T	Géométrie supérieure
COULOMB	T	Physique du globe
M^le^ COUSIN ..	T	Biologie animale S.P.C.N.
CHRETIEN	T	Chimie minérale
BOCQUET	T	Zoologie
KASTIER	T	Physique E.N.S.
EPHRUSSI	T	Génétique
RIVIERE	T	Géologie S.P.C.N. & sédiment (Orsay)
GAUTHERET..	T	Biologie végétale P.C.B.
LUCAS R.	T	Recherches physiques
THOMAS A.	T	Biologie cellulaire
ARNULF	T	Optique appliquée
MORAND	T	Physique enseignement
SOLEILLET ...	T	Physique P.C.B.
FORTIER	T	Mécanique expérim. des fluides
DRACH	T	Zoologie
QUENEY	T	Météo & dynamique atmosphérique
GALLIEN	T	Embryologie
EICHORN	T	Botanique
DE CUGNAC ..	T	Biologie végé. S.P.C.N.
M^le^ CAUCHOIS	T	Chimie physique
THELLIER	T	Physique du globe
L'HERITIER ..	T	Biologie générale (Orsay)
GRIVET	T	Radioélectricité (Orsay)
PONCIN	T	Mécanique générale
DU BREIL	T	Arithmétique & théorie des nombres
QUELET	T	Chimie organique
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée
CHAMPETIER	T	Chimie macromoléculaire
CUVILLIER	T	Micropaléontologie
JUNG	T	Géologie
TRILLAT	T	Microscopie et diffraction électronique
WIEMANN	T	Chimie organique et structurale
JACQUINOT	T	Spectrocospie et physique céleste (Orsay)
VASSY	T	Physique de l'atmosphère
DESTOUCHES	T	Théorie physique
AMIEL	T	Chimie générale
HOCART	T	Minérall. & cristal
J.P. MATHIEU	T	Physique optique
COUTEAUX ...	T	Cytologie
MAY	T	Zoologie
CHOQUET	T	Théorie des fonctions et topologie
FELDMANN	T	Biologie végétale marine
GUINIER	T	Physique des solides (Orsay)
JOST	T	Physiologie comparée
FORTET	T	Calcul des probabilité et physique mathématiques
SCHWARTZ	T	Calcul différ. & intégral
CHOUARD	T	Physiologie végétale
MALAVARD	T	Aviation (techni. aéron.)
NORMANT	T	Synthèse organique
BENARD	T	Chimie minérale
BUVAT	T	Botanique E.N.S.
DUGUE	T	Statistique mathématiques
SOULAIRAC	T	Psychophysiologie
ULRICH	T	Physiologie végé. appli.
MARECHAL	T	Optique théorique & appli.
KIRRMANN	T	Théories chimiques
CHADEFAUD..	T	Botanique
M^le^ LE BRETON	T	Physiol. de la nutrition
LELONG	T	Appli. de l'ana. à la géom.
DEVILLIERS ..	T	Anatomie & histo. compa.
EHRESMANN ..	T	Topologir algébrique

FRANCON	T	Physique S.P.C.N.
GLANGEAUD	T	Géographie phys. & géol.
DODEMENT	T	Mathématiques M.G.P.
PISOT	T	Technique mathématique de la physique
ROCH	T	Géologie
SCHATZMANN	T	Astrophysique
TERMIER	T	Géologie générale
ZAMANSKY	T	Mathématiques générale
LENNUIER	T	Physique M.G.P.
RIZET	T	Génétique Orsay
ROUTHIER	T	Géologie appliquée
Mme TONNELAT	T	Physique théorique
DIXMIER	T	Mathématiques M.P.C.
SOUCHAY	T	Chimie générale
AIGRAIN	T	Electrotechnique générale
BRUSSET	T	Chimie systématique
M. LEVY	T	Physique théorique des hautes énergies (Orsay)
Mme CHAIX	T	Chimie biologique
M HUREL PY	T	Biologie végétale P.C.B.
PANNETIER	T	Chimie générale
BRUN	T	Mécanique des fluides I
LEDERER	T	Chimie biologique (Orsay)
Mme DUBREIL	T	Mathématiques (agréga)
Mme LELONG	T	Mathématiques II E.N.S.
BELLAIR	T	Géologie S.P.C.N.
COTTE	T	Physique électricité
DUBOIS J.E.	T	Chimie organique
LAMOTTE	T	Zoologie E.N.S.
MICHEL A.	T	Chimie minérale Orsay
OLMER	T	Energétique générale
ROUAULT	T	Electricité (Orsay)
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée
BARCHEWITZ	T	Chimie physique
BROSSEL	T	Physique atomique
BUSER	T	Physiologie comparée
CAMUS	T	Physio végétale
CASTAING	T	Physique II thermo (Orsay)
CURIEN	T	Minéralo & cristal
MOYSE	T	Physio végétale (Orsay)
Mme CHARNIAUX COTTON	T	Evolution des êtres organisés
POSSOMPES	T	Zoologie
PULLMANN	T	Chimie quantique
TEILLAC	T	Physique nucléaire et radioactivité (Orsay)
TONNELAT	T	Biologie physico chimique (Orsay)
VILLE	T	Econométrie
WILLEMART	T	Chimie P.C.B.
DODE	T	Chimie (Orsay)
FREYMANN	T	Recherches physiques
GUINOCHET	T	Biologie végé. S.P.C.N. (Orsay)
ROLLET	T	Chimie minérale
Mle JOSIEN	T	Chimie S.P.C.N.
CHEVALLEY	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes
ARNOULT	T	Electronique Orsay
CHAPELLE	T	Physique I (Orsay)
DELANGE	T	Mathématiques I (Orsay)
DENY	T	Mathé. géné. (Orsay)
GERMAIN	T	Mécanique théorique des fluides
LUCAS	T	Géologie
ALLARD	T	Chimie physique
BERTHELOT	T	Physique des particules fondamentales (Orsay)
BRICARD	T	Météorologique et physique de l'atmosphère
Mme ALBE FESSARD	T	Psycho physio
FRIEDEL	T	Physique des solides (Orsay)
M. JULIA	T	Etudes des moléculaires complexes
LENDER	T	Biologie animale S.P.C.N. Orsay
MAGAT	T	Physico chimie des radio-éléments
Mle QUINTIN	T	Electrochimie
MONOD	T	Chimie du métabolisme
BENOIT	T	Physio animale Orsay
DE POSEEL	T	Analyse numérique
CHARLOT	T	Chimie analytique
LEMEE	T	Ecologie végétale Orsay
GUERIN	T	Chimie M.P.C. Orsay
CHATELET	T	Chimie P.C.B.
JEAN	T	Physio nucléaire Orsay
MATTLER	T	Physique S.P.C.N.
BERGERARD	T	Zoologie Orsay
BERTEIN	T	Electronique Orsay
BOUISSIERES	T	Radiochimie
Mme COUTURE	T	Thermo et méca. physique
ELLEMBERGER	T	Géologie des grandes régions du globe (Orsay)
FRANC	T	Biologie animale P.C.B.
SCHNELL		Botanique tropicale
STLKOWSKI	T	Physiologie végétale
ACHER	T	Chimie biologiques
BAUDOIN	T	Biologie animale P.C.B.
BEAUMONT		Biologie animale S.P.C.N.
BLAMONT		Géophysique ionosphère
BOUREAU	T	Botanique
CURIE D.		Physique M.G.P.
DURAND DELGA	T	Géologie
FREON	T	Chimie organique Orsay
HELLER	T	Physiologie végétale
TORTRAT	T	Calcul des probabilités
CAILLEUX	T	Géologie S.P.C.N.
MAGNAN		Physique électricité
DAUDEL	T	Méca. ondulatoire appli. à la chimie théorique & à la physique nucléaire
Mle FOURCROY		Biologie végé. S.P.C.N.
Mme CHOQUET BRUHAT		Méca. ana. et méca. céles.

Mle VEIL	T	Physiologie générale
LWOFF	T	Micobiologie
SIESTRUNCK	T	Méca. physique & expéri.
LACOMBE	T	Métallurgie des métaux nucléaires (Orsay)
BROCHARD	T	Physique P.C.B. (Orsay)
CABANNES	T	Mécanique générale
LESIEUR	T	Mathématique I (Orsay)
MAZET	T	Mécani. générale (Orsay)
CAIRE		Géographie physique et géographie dynamique
COMOLET		Mécanique des fluides
CORABOEUF	T	Physique animale (Orsay)
DELLOUE	T	Physique de l'exosphère
GORENFLOT		Botanique II (Orsay)
HOUILLON		Biologie animale P.C.B.
JULLIEN J.		Chimie S.P.C.N. (Orsay)
MALGRANGE	T	Technique mathématique de la physique Orsay
OLIVIER		Antropologie
NOZERAN	T	Botanique II (Orsay)
BLANC LAPIERRE	T	Physique E.N.S. (Orsay)
CHEVAUGEON	T	Botanique (Orsay)
KAHANE	T	Mathématiques (Orsay)
SAMUEL	T	Mathématiques E.N.S. féminines
KOURGANOFF	T	Astronomie (Orsay)
THIRY	T	Mécanique céleste
ABELES		Physique S.P.C.N.
AMAT	T	Physique P.C.B.
AUBOIN	T	Géologie
Mme BENOIT GUEUTAL	T	Physique nucléaire et radioactivité (Orsay)
BOUGIS		Biologie marine Villefranche/Mer
BRUHAT	T	Mathématiques M.P.C.
BRUNN	T	Géologie historique Orsay
CHABBAL	T	Physique M.G.P. (Orsay)
DEHEUVELS	T	Mathématiques propé.
D'ESPAGNAT	T	Physique théoriq. (Orsay)
FURON	T	Géologie S.P.C.N.
Mme GANS	T	Génétique
GENEVES		Biologie végétale P.C.B.
GUILBERT		Physique C.U.S. Orléans
HUPE	T	Pétrographie
HOLLANDE	T	Biologie générale
LIONS	T	Analyse numérique
MAITTE	T	Chimie P.C.B.
MEYER		Physique propé.
NICOLAS		Géologie appliquée
PANIGEL		Biologie générale
RAVIER		Pétrographie
ROSEAU	T	Mécanique théorique des fluides
ROUBINE		Electronique
SILBER	T	Chimie P.C.B.
UEBERSFELD	T	Electronique
YVON	T	Théories physiques
HERVE	T	Mathématiques
NERON	T	Mathémat. M.P.C. (Orsay)
Mme PECKER WIMEL	T	Astrophysique
BALKANSKY		Physique M.P.C.
LE CORRE	T	Electricité
DELCROIX	T	Physique théoriq. (Orsay)
GOURDIN		Physique théoriq. (Orsay) des hautes énergies
LEHMANN	T	Physique expérimenté des hautes énergies
NATAF	T	Physique nucléaire et radioactivité (Orsay)
ECHALIER		Biologie animale P.C.B.
BARRAUD		Physiologie cellulaire
LIORET		Physiologie végé. Orsay
DARS		Géologie structurale et géologie appliquée
CAMEFORT	T	Botanique (agrégation)
VICHNIEWSKY	T	Mécanique industrielle
BLAQUIERE		Electronique (Orsay)
ARNOUS	T	Physique théorique
TATIBOUET		Chimie C.S.U. Orléans
MALLI	T	Mathémat. propé. (Orsay)
GAUDEMAR		Chimie propé.
PEREZ Y JORBA		Physique expérimenté des hautes énergies (Orsay)
DAVID	T	Chimie (agrégation Orsay)
BROUSSE	T	Mécanique théorique
ROSCH	T	Astronomie
GUY	T	Physique expérimentale
LAZARD		Mathématique M.P.C.
MOREL Pierre		Physique M.P.C.
ARSAC		Programmation
LEFEBVRE		Chimie M.P.C.
CHAPEVILLE		Biochimie
BENOIT		Physique C.P.E.M.
RIO		Chimie C.P.E.M.
JAUZEIN		Géologie E.N.S.
PREVOST G.		Biologie végé. C.P.E.M.
FAVARD P.		Biologie animale C.P.E.M.
VILKAS		Chimie C.P.E.M.
Mle FICINI		Chimie C.P.E.M.
LEQUEUX		Astronomie
COHEN TANNOUDJI		Physique M.P.C.
TAVERNIER		Physique C.P.E.M.
Mme ROIZEN		Physique C.P.E.M.
DURAND M.		Biologie animale S.P.C.N.
PASCAUD		Physiologie
Mme PETIT		Biologie animale C.P.E.N.
BROUSSE		Géologie Orsay
CAGNIAC		Physique agréga. (Orsay)
LEBERRE		Zoologie (Orsay)
SCHEFFER		Microbiologie (Orsay)
DE GENNES		Physique des solides (Orsay)
RIOU		Physique nucléaire expé. (Orsay)

CLAUSER	Chimie biologie Orsay
CHEVALLIER.	Physio animale Orsay
JANCOVICI	Physique atomique Orsay
FALK-VAIRANT	Physique nucléaire Orsay
FETIZON.....	Chimie propé Orsay
CERF.....	Mathématiques Orsay
LURCAT	Physique
RIGAUDY.....	Chimie S.P.C.N.
SIGWALT.....	Chimie S.P.C.N.
FOURNET	Electricité générale
COLLONGUES	Chimie C.P.E.N.
DUBERT	Biochimie

LAVOREL	Biologie physico chimique
MOREL F.	Physiologie comparée
TALBOT	Génétique chimique
Mme NOUGAREDE	Botanique
FRANCOIS.....	Zoologie
IVANOFF.....	Océanographie physique
CADIOT.....	Chimie organique
BARUCH	Physique propédeutique
NOZIERES.....	Physique générale
BOK.....	Physique propédeutique
SLONIMSKI	Génétique

TABLE DES MATIERES

Pages

INTRODUCTION 1

CHAPITRE PREMIER. – Théorie de la surface portante 5

1,1 Axes et notations 5

1,2 Schéma tourbillonnaire 6

1,21 6

1,22 Symétrie 7

1,23 7

1,3 Potentiel des vitesses 7

1,31 7

1,32 Condition de glissement sur les pales 8

1,33 Condition d'équilibre du sillage 8

1,34 Conditions à l'infini 9

1,4 Potentiel des pressions 10

1,41 10

1,42 Condition de glissement 10

1,43 Equilibre du sillage 11

1,5 Détermination des efforts 11

1,51 11

1,52 Pas réel des tourbillons 13

CHAPITRE II. – Résolution des problèmes de la surface portante en mouvement hélicoïdal 15

2,1 Principe de la méthode 15

2,2 Description du bassin analogique 16

2,3 Vérification du fonctionnement général du bassin 19

Pages

2,4 Application de la méthode à divers problèmes 21

2,41 Résolution des problèmes inverses 22

2,411 Effet portant 22

2,412 Représentation du sillage 22

2,413 Représentation des pales 24

2,414 Angle d'incidence de la corde 26

2,415 Cambrure des lignes moyennes 27

2,416 Pale elliptique 31

2,417 Effet d'épaisseur 32

2,42 Problème direct 32

2,421 32

2,422 Réalisation des conditions aux limites 33

2,423 Pale elliptique 34

2,424 Pale en forme de secteur 36

2,425 Comparaison avec la théorie de la ligne portante 40

2,5 Calcul d'hélices marines par analogie électrique 40

2,51 40

2,52 Données concernant l'hélice 40

2,53 Effet portant 44

2,54 Effet d'épaisseur 44

2,55 Essais en bassin des carènes 48

CHAPITRE III. – Extension de la théorie des surfaces portantes de faible allongement au cas du mouvement hélicoïdal 57

3,1 Introduction 57

3,2 Schéma tourbillonnaire 57

3,3 Détermination du potentiel 57

3,4 Résolution de l'équation de Goldstein 59

3,41 Principe de la résolution 59

3,42 Variation des paramètres 62

3,43 Aménagement de l'extrémité de la coupure 63

3,44 Alimentation de la coupure 64

3,45 Vérification du réseau sur le calcul d'une pale hélicoïdale 65

Pages

3,5 Application de la méthode des grands allongements à quelques problèmes inverses 66

3,51 66

3,52 Coefficient de correction de cambrure pour une répartition de pression constante en corde 67

3,53 Coefficient de correction de cambrure pour une distribution parabolique de pression 70

3,6 Essai de comparaison des méthodes des faibles allongements et de la ligne portante 71

3,7 Confrontation de la méthode des faibles allongements avec un calcul donné d'hélice 73

3,71 73

3,72 Caractéristiques de l'hélice 73

3,73 Détermination de la circulation par la théorie des faibles allongements 74

3,74 Résultats 76

CHAPITRE IV. – Calcul et tracé d'hélices supercavitantes par la méthode des analogies rhéoélectriques 77

4,1 77

4,2 Position du problème 77

4,3 Potentiel des vitesses de perturbation 78

4,4 Conditions aux limites 78

4,5 Transformations des conditions aux limites 81

4,6 Résolution analogique 82

4,61 Effet d'épaisseur 82

4,62 Effet portant 83

4,63 Détermination de la forme des profils 84

4,7 Détermination des efforts sur la pale 86

4,71 Résistance de la poche 86

4,72 Calcul de la poussée 88

4,73 Calcul du couple 89

4,8 Calcul pratique d'une hélice 89

Pages

CHAPITRE V. – Propulseur à tuyère 93

5,1 93

5,2 Description du propulseur à tuyère et schématisation de l'écoulement.... 93

5,3 Poussée – Rendement 94

5,4 Conditions de fonctionnement optimal 97

5,5 Calcul d'un ensemble hélice-tuyère 98

5,51 Conditions du calcul 98

5,52 Calcul de la tuyère 98

5,521 98

5,522 Définition du potentiel de l'écoulement 99

5,523 Conditions aux limites 99

5,524 Résolution analogique 101

5,525 Analyse des résultats 107

5,53 Calcul du ventilateur et du redresseur aval 108

5,6 Applications numériques 114

BIBLIOGRAPHIE 119

INTRODUCTION

Les théories aérodynamiques classiques du fonctionnement des hélices propulsives qui sont particulièrement efficaces en ce qui concerne l'hélice aérienne, ne résolvent pas de façon satisfaisante les problèmes que pose l'hélice marine. Ces méthodes ne permettent pas d'analyser deux facteurs importants, l'un de nature géométrique, le faible allongement des pales, l'autre de nature hydrodynamique, les phénomènes de cavitation. D'une part, en effet, le faible allongement des pales des hélices marines rend assez aléatoire la simplification fondamentale de la théorie classique où, pour étudier le fonctionnement de l'hélice, on simplifie sa géométrie jusqu'à concentrer sur une ligne son système de tourbillons liés ; d'autre part, les phénomènes de cavitation, que l'on veuille les éviter ou au contraire les provoquer, demandent pour qu'on puisse faire quelque prévision sur leur apparition, une connaissance précise des répartitions de pression sur les pales, ce qu'une théorie trop globale ne peut pas faire.

Aussi depuis 1947 où R. SIESTRUNCK [12] présentait une synthèse des méthodes théoriques de calcul d'hélices aériennes et une solution analogique de l'équation de GOLDSTEIN, de nombreux travaux ont été entrepris pour remédier à l'insuffisance du schéma de la ligne portante, soit en l'adaptant au moyen de coefficients correctifs convenables, soit en élaborant de nouvelles théories de surface portante. Ce n'est qu'à une époque encore récente que l'on trouve dans divers travaux publiés des calculs mettant en jeu la théorie tourbillonnaire de la ligne portante ; jusqu'alors les hélices marines n'étaient pratiquement calculées que par intrapolation de résultats de séries d'hélices construites empiriquement. C'est ainsi que GUILLOTON [17], LERBS [41], STRSCHELITZKY ont mis au point des solutions originales du problème de la ligne portante, qu'ensuite ils ont complétées par des coefficients correctifs de surface portante. ECKHARDT et MORGAN [24] ont proposé de leur côté une méthode utilisant les solutions (1) de KRAMER [18] de l'équation de GOLDSTEIN et les facteurs de correction de cambrure établies par GINZEL [8]. Cependant l'étude comparative réalisée par JOHNSSON [23], [42] montre des différences notables entre les performances des projets d'hélice réalisés à partir de ces théories.

Dans la même ligne, COX [7] a établi des coefficients correctifs sur la cambrure de profil d'hélice à pas constant et KERWIN une correction d'incidence prenant en compte l'effet d'épaisseur des profils [6].

Des théories de surface portante véritables, n'aboutissant pas seulement à des coefficients correctifs, mais correspondant à une solution exacte de l'écoulement linéarisé autour de l'hélice considéré comme une surface portante en mouvement hélicoïdal, ont été élaborées depuis 1961 par divers auteurs, notamment SPARENBERG [4], [9], PIEN [10] et très récemment CHENG [10 *bis*]. Les méthodes qu'ils proposent

(1) Solutions recalculées et étendues au cas de moyeux non nuls par TACHMINDJI [19], [20]

ne sont pas encore applicables à la résolution de tous les problèmes concernant les hélices, notamment l'imposition d'une répartition de charges locales quelconques sur les pales, l'effet d'épaisseur des pales et le calcul des hélices supercavitantes, ne peuvent être encore traités par leur méthode. CHENG, par ailleurs, a constaté des divergences entre les conclusions tirées de ses résultats et celles de SPARENBERG qui donnent quelques doutes sur la solution de SPARENBERG.

Le travail que nous présentons ici a été développé, dès 1959, dans ce même souci de résoudre la théorie de la surface portante des hélices. La formulation analytique de ce problème demandant des moyens de résolution arithmétique extrêmement importants, il a paru particulièrement intéressant d'utiliser l'analogie rhéoélectrique étant donné sa grande puissance à résoudre les équations aux dérivées partielles qui définissent les écoulements linéarisés de fluide parfait, irrotationnel.

Et en effet, la souplesse de l'analogie rhéoélectrique, qui ne nécessite que la formulation analytique des conditions aux limites propres à chaque problème, et leur transposition électrique dans un bassin approprié, nous a permis d'aborder et de résoudre tous les problèmes qui peuvent être raisonnablement envisagés au moyen de la théorie linéarisée des hélices sub - ou supercavitante.

Dans le premier chapitre on a indiqué le schéma mécanique adopté pour décrire l'écoulement autour de la surface portante et les simplifications géométriques entraînées par la linéarisation. Les hypothèses de faibles perturbations faites ont permis de définir les conditions aux limites du potentiel des vitesses de perturbation, sur les limites approchées, que constituent les surfaces hélicoïdales, lieux des lignes de courant de l'écoulement relatif non perturbé. Enfin, des précisions sont apportées sur le calcul des efforts engendrés par l'écoulement.

Le chapitre II est consacré à la résolution analogique. Après avoir posé les principes de la méthode et effectué la transposition des conditions aux limites en données sur des courants ou des différences de potentiel électrique, on y décrit le bassin rhéoélectrique constitué essentiellement de deux parois hélicoïdales recouvertes d'électrodes.

Plusieurs applications ont été réalisées sur des problèmes fondamentaux tels que la détermination de profils répondant à une loi de charge imposée (problème inverse) ou le calcul de fonctionnement de profils donnés (problème direct). Dans la dernière partie de ce chapitre on a effectué un calcul complet d'hélice marine pour lequel deux expériences analogiques sont nécessaires, traduisant, d'une part, l'effet portant et, d'autre part, l'effet d'épaisseur. La répartition de charge, choisie simplement au départ pour réaliser les performances demandées et éviter les pics de pression a été modifiée quand un danger de cavitation apparaissait en certain point des pales. Des essais de l'hélice ainsi calculée ont été réalisés en bassin de carène.

Dans le chapitre III on a considéré le cas de surface portante de très faible allongement où la théorie est susceptible de certaines simplifications qui la réduisent à un problème bidimensionnel facilement résolu par des moyens analogiques simples. Cette simplification qui conduit a résoudre la même équation que celle de la théorie de la ligne portante, nous a amené à construire un réseau analogique de résistances capable, comme la cuve analogique de R. SIESTRUNCK, de résoudre tous les problèmes de la ligne portante.

Dans le chapitre IV nous traitons le problème de l'écoulement tridimensionnel autour d'une hélice supercavitante dont le contour de la poche de cavitation est donné. C'est à notre connaissance la première fois que ce problème a pu être traité au moyen d'une théorie tridimensionnelle. Les techniques analogiques mises en œuvre sont analogues à celles du chapitre II.

Le chapitre V reprend une méthode mise au point au Centre de Calcul Analogique pour l'étude d'hélices placées dans une aile annulaire et l'oriente vers le calcul des propulseurs à tuyère. Les représentations analogiques effectuées, là encore de façon tout à fait classique, ont permis de réaliser deux projets de tuyère dont les performances mesurées en bassin de carène se sont révélées très intéressantes.

Je suis reconnaissant à M. le Professeur MALAVARD de la confiance qu'il m'a témoignée en me confiant cette étude et je lui exprime ma profonde gratitude pour les nombreux et précieux conseils qu'il m'a donnés.

Je tiens à remercier très spécialement M. le Professeur SIESTRUNCK de l'intérêt amical et soutenu qu'il a accordé à la conduite et à l'orientation de cette thèse.

Il m'apparaît essentiel de dire combien je dois à l'esprit coopératif et amical de l'équipe de chercheurs du Centre de Calcul Analogique, et en particulier à M. LUU, Maître de Recherches au C.N.R.S.

Enfin, que tout le personnel du laboratoire du C.C.A. soit remercié de sa participation à la réalisation pratique de ce travail.

CHAPITRE PREMIER

THEORIE DE LA SURFACE PORTANTE

1,1 AXES ET NOTATIONS

On considère une hélice propulsive de m pales de rayon r_{max}, à laquelle est lié un système d'axes trirectangles $Oxyz$ (*fig.* 1, pour $m = 3$), Oz étant dirigé dans la direction de l'axe d'hélice et orienté vers le sillage, et Ox suivant un rayon. On suppose que l'hélice avance avec la vitesse V_0 suivant son axe, autour duquel elle est animée d'une rotation uniforme de vitesse angulaire ω.

Le mouvement relatif de l'écoulement à l'infini amont est défini par une translation $\vec{V}_0$ et une rotation $\vec{\omega}$ mesurées positivement suivant Oz, ce qui implique que l'hélice soit une hélice «à droite», choix qui ne restreint pas la portée des formules ultérieures.

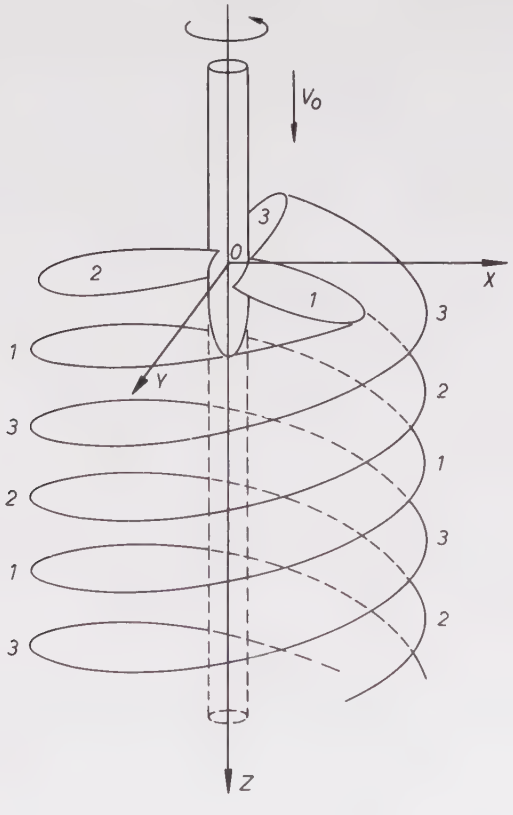


FIGURE 1

Dans le trièdre $Oxyz$ nous utiliserons les coordonnées semi-polaires $\xi\theta z$ (*fig.* 2), où ξ, z, comme toutes les longueurs utilisées par la suite, sont rapportées au rayon r_{max} de l'hélice. Les vitesses sont rapportées à la vitesse périphérique ωr_{max}, les potentiels de vitesses ou circulations sont rapportés à ωr^2_{max}. Ainsi la vitesse d'avancement devient $\lambda = V_o/\omega r_{max}$, paramètre habituel du fonctionnement aérodynamique et la composante de rotation ωr devient ξ.

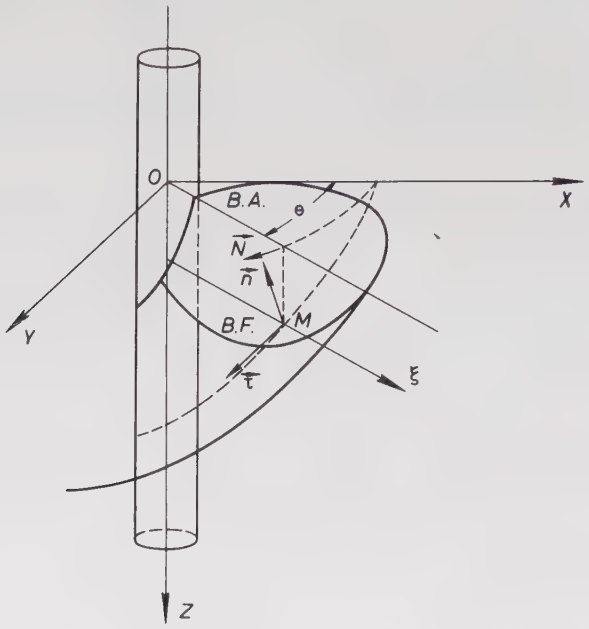


FIGURE 2

On utilisera aussi un trièdre mobile $\tau\xi n$ lié aux pales, où $\vec{\tau}$ est la direction de la tangente à une hélice géométrique, ligne de courant de l'écoulement non perturbé, définie par l'intersection du cylindre ξ = constante avec l'hélicoïde $z = \lambda\theta$ et orientée dans le sens du mouvement du fluide ; $\vec{\xi}$ est radial et $\vec{n}$ est normal à la surface hélicoïdale.

1,2 SCHEMA TOURBILLONNAIRE

1,21 Dans le fonctionnement propulsif de l'hélice, le bord de fuite de chaque pale engendre une surface de discontinuité des vitesses, qui, du point de vue cinématique, peut être considérée comme une surface de tourbillons libres. En effet les observations expérimentales faites sur les hélices faiblement «chargées» ont permis d'établir, d'une part, la permanence de la forme du système tourbillonnaire, qui subsiste jusqu'à une distance assez grande à l'aval du plan de rotation, d'autre part, la permanence dans le temps des lignes de tourbillons libres qui sont stationnaires par rapport aux pales. Nous plaçant dans l'hypothèse de faibles perturbations, nous confondrons géométriquement ces sillages avec les surfaces hélicoïdales définies par

$$z = \lambda\theta + \frac{2k\pi}{m} \quad (k = 0, 1, \ldots, m) \tag{1}$$

qui sont les lieux des lignes de courant de l'écoulement relatif (supposé non perturbé par la présence de l'hélice) qui ont rencontré les m segments de droite

$$z = 0, \quad \theta = \frac{2k\pi}{m} \quad (k = 0, 1, \ldots, m)$$

voisins des pales de l'hélice.

Suivant les hypothèses généralement adoptées pour la validité des théories linéaires, les pales sont supposées infiniment minces et peu distantes des surfaces hélicoïdales (1) sur lesquelles on projette leur contour selon $\vec{n}$. Les tourbillons liés qui représentent la discontinuité de la vitesse du fluide au contact des pales entre l'intrados et l'extrados sont alors supposés liés aux surfaces de projection et répartis à l'intérieur du contour projeté. L'émission des tourbillons libres est de même répartie sur la projection du bord de fuite des pales sur les hélicoïdes, qui servent ensuite de support au sillage. Les faces d'extrados et d'intrados des pales et des sillages seront distinguées par les signes $\pm$ ($\vec{n}$ traverse ces surfaces de leur face – vers leur face +).

1,22 Symétrie

Les surfaces hélicoïdales (1) partagent l'espace en m régions ; les propriétés de l'écoulement en un point d'une région se retrouvent identiques aux points qui s'en déduisent dans les autres régions par une symétrie de répétition de $2\pi/m$ autour de l'axe Oz. Cette considération permet de limiter l'étude à une région comprise entre deux nappes d'hélicoïdes faisant entre elles un angle de $2\pi/m$.

1,23 Le schéma proposé ici n'est que la transposition au cas d'un mouvement hélicoïdal du schéma utilisé dans la théorie des surfaces portantes en translation. Sans nous étendre sur cette théorie que l'on trouvera largement exposée dans les réf. [1], [2], [3] nous pouvons dire que les formules et les hypothèses de linéarisation qui y sont utilisées sont pratiquement transposables avec diverses nuances à la théorie du mouvement hélicoïdal. Cependant, bien que la formulation du problème et des conditions aux limites ne soit pas beaucoup plus complexe que dans le cas de l'écoulement de translation, la géométrie de l'hélicoïde rend difficile la résolution analytique des problèmes d'écoulement autour des surfaces portantes hélicoïdales ; la question n'a été abordée, à notre connaissance, que par quelques auteurs [4], [5], [6], les solutions proposées n'ont conduit souvent qu'à l'établissement de coefficients correctifs [7], [8], [9] ; ce n'est que récemment que PIEN [10] et ensuite CHENG [10 *bis*] ont proposé une solution complète, son application cependant, est limitée à la détermination des lignes moyennes à charge constante des profils des pales d'hélices subcavitantes.

1,3 POTENTIEL DES VITESSES

1,31 Le mouvement absolu du fluide dérive dans son ensemble d'un potentiel des vitesses Φ, pour lequel les pales et les surfaces de sillages sont des lieux de discontinuités. Exprimé en fonction des coordonnées relatives du système $Oxyz$, est indépendant du temps puisque l'écoulement est permanent dans ce repère ; en mettant à part le terme correspondant à l'écoulement relatif de translation :

$$\Phi = \lambda z + \varphi$$

on a en φ le potentiel de perturbation dont dérivent les vitesses induites par les nappes de tourbillons. Lorsque le fluide est supposé parfait, incompressible et irrotationnel, φ comme Φ sont des fonctions harmoniques dans l'espace relatif.

Nous analysons dans ce paragraphe les différentes conditions aux limites satisfaites par φ et traduisant le schéma linéarisé de l'écoulement proposé précédemment.

1,32 Condition de glissement sur les pales

Soit $i(\xi, \tau)$ l'angle d'incidence géométrique d'un élément de pale par rapport à l'écoulement relatif non perturbé (*fig.* 3); la vitesse du fluide, dont les composantes sur les axes mobiles $n\tau$ sont respectivement φ'_n et $\varphi'_n + \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}$ est tangente à la pale, elle fait avec l'axe τ l'angle i, ce qui s'écrit en théorie linéaire où l'incidence est considérée comme un terme de même ordre que les vitesses induites dont elle est la cause et suffisamment faible pour pouvoir être confondue avec $\sin i$ ou $\mathrm{tg}\, i$

(2) $$\varphi'_n = \sqrt{\lambda^2+\xi^2}\, i\,(\xi, \tau)\ ;$$

cette relation doit être satisfaite sur l'intrados comme sur l'extrados de la surface portante. On peut noter que φ'_n est continue à la traversée des pales dans le cas de l'effet portant d'une ligne moyenne. φ'_n et φ'_τ sont liés aux survitesses axiales et circonférentielles par les relations :

$$\sqrt{\lambda^2+\xi^2}\,\varphi'_\tau = \lambda\varphi'_z + \varphi'_\theta\ ; \quad \sqrt{\lambda^2+\xi^2}\,\varphi'_n = \xi\varphi'_z - \frac{\lambda}{\xi}\varphi'_\theta\ .$$

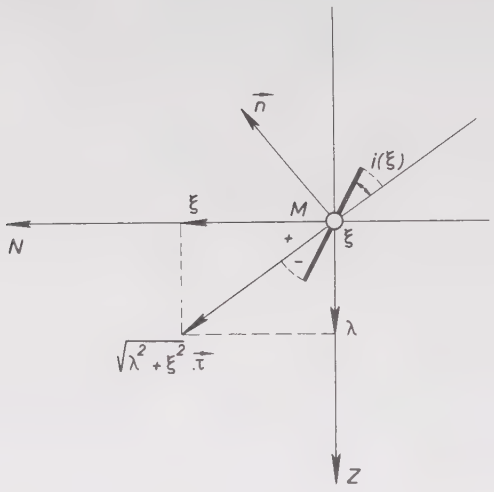


FIGURE 3

1,33 Condition d'équilibre du sillage

Soit p la pression réduite, obtenue en rapportant la pression réelle à $\rho\omega^2 r^2_{max}$, l'équation de BERNOULLI sous sa forme linéarisée indique que la quantité $p + \varphi'_\tau\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}$ est constante sur chaque ligne de courant relative. On a en particulier :

$$p^+ - p^- = \sqrt{\lambda^2+\xi^2}\,(\varphi'^-_\tau - \varphi'^+_\tau)\ ;$$

les dérivées φ'_τ sont donc discontinues à la traversée des pales et la relation précédente permet de calculer les efforts sur le propulseur quand cette discontinuité est connue. Sur le sillage, par contre, la continuité nécessaire de la pression entraîne l'égalité

$$\varphi'^+_\tau - \varphi'^-_\tau = 0\ ,$$

soit, en intégrant le long de la ligne de courant

$$\varphi^+ - \varphi^- = C^{te}\ ;$$

il existe donc une différence de potentiel constante entre les points homologues d'intrados et d'extrados de toute hélice géométrique de sillage. Sur chaque hélice, la valeur de cette constante est égale, par continuité, à la valeur de la différence de potentiel d'extrados et d'intrados au bord de fuite de la pale (condition de JOUKOWSKI). On remarque que, si la différence des valeurs des potentiels entre l'intrados et l'extrados du sillage est une constante caractéristique d'une hélice de sillage donnée, le potentiel lui-même, à l'intrados ou à l'extrados, n'est pas constant et varie d'une façon *à priori* inconnue entre le bord de fuite et l'infini aval; toutefois, cette variation n'est sensible que dans le domaine d'influence des tourbillons liés aux pales, relativement peu étendu, ce qui est important dans la réalisation analogique des potentiels φ.

1,34 Conditions à l'infini

A l'infini aval, les hélicoïdes tourbillonnaires s'étendent indéfiniment vers l'amont et vers l'aval: c'est le schéma tourbillonnaire que l'on utilise dans la théorie de la ligne portante pour l'évaluation des vitesses induites. On sait que le potentiel présente dans ces conditions une dégénérescence bidimensionnelle (symétrie hélicoïdale) dans laquelle il reste constant sur chaque hélice, est antisymétrique par rapport à l'hélicoïde bissecteur de deux sillages voisins (*fig.* 4) et satisfait à l'équation aux dérivées partielles à deux variables de GOLDSTEIN, dont les solutions ont fait l'objet de représentations analogiques au moyen de bassins électrolytiques [11] et par nous-mêmes au moyen de réseaux. Ce potentiel induit à distance radiale finie des vitesses tangentielles, caractéristiques d'un moment cinétique du fluide par rapport à Oz égal au couple moteur appliqué au propulseur sur son arbre, et des vitesses axiales, dirigées suivant la direction de l'écoulement, caractérisant la traction de l'hélice et constituant l'essentiel du souffle de l'hélice.

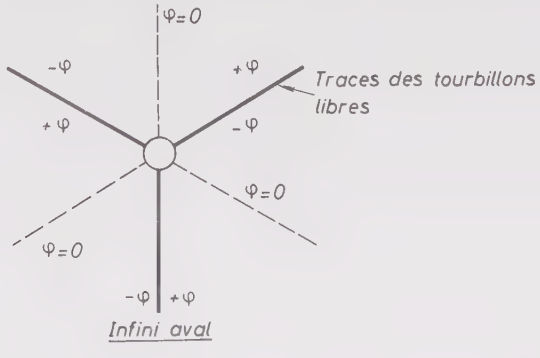


FIGURE 4

A l'infini amont ($z=-\infty$) et à l'infini radial ($\xi = \infty$), les perturbations sont nulles, le potentiel a une valeur uniforme que l'on fixe arbitrairement à zéro. Si on considère le flux de masse à travers une surface fermée constituée d'un cylindre S d'axe Oz, limité à grande distance par deux plans de section droite $S\pm\infty$, on a ($\vec{\nu}$ normale extérieure à la surface):

$$\iint \vec{V} \cdot \vec{\nu}\, dS = 0,$$

soit

(3)
$$\iint_{S_\infty} \varphi'_n \, dS = - \iint_S \varphi'_\xi \, dS;$$

le flux des vitesses radiales φ'_ξ à travers S est donc généralement non nul et négatif ; l'appel du fluide vers l'hélice est consécutif du souffle et entraîne la contraction du sillage vers l'axe, négligée dans la théorie actuelle ; lorsque le rayon S devient très grand, la vitesse radiale est infiniment diluée (φ et φ'_ξ nuls), l'intégrale (3) restant constante.

1,4 POTENTIEL DE PRESSION

1,41 Le schéma tourbillonnaire défini au paragraphe 1,2 est susceptible d'être décrit au moyen d'une autre fonction que le potentiel des vitesses, on sait en effet [4] que, dans le cadre des hypothèses des faibles perturbations et de linéarisation où on s'est placé, la pression p est une fonction harmonique qui peut être utilisée pour le calcul analogique au même titre que le potentiel des vitesses de perturbations. Le potentiel de pression apporte, comme on le verra, un certain nombre de simplifications aux montages analogiques, malheureusement contrebalancées par une mise en chiffres de la solution plus lourde et de ce fait moins précise.

1,42 Condition de glissement

Soit u_n et u_τ les survitesses φ'_n et φ'_τ dans les directions n et τ du trièdre $\xi n \tau$. Si on désigne par $f(\xi,\tau)$ la distance parallèlement à $\vec{n}$ entre la pale et sa projection sur l'hélicoïde (1) correspondant, on a $i = tg\, i = f'_\tau$, de sorte que la condition de glissement (2) s'écrit :

$$u_n = \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}\, f'_\tau(\xi, \tau) ;$$

on peut traduire cette relation en fonction de la pression en introduisant les vitesses normales et tangentielles à l'hélicoïde dans les équations du mouvement de la manière suivante : dans le système de coordonnées cylindriques $z\,\xi\,\theta$ lié à l'hélice où le mouvement est permanent, les équations d'EULER linéarisées s'expriment sous forme vectorielle par :

$$\left(\lambda \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \theta}\right) \vec{u} = - \overrightarrow{\text{grad}}\, p ,$$

où $\vec{u}$ est le champ des vitesses de perturbation ; si on considère que l'opérateur du premier membre résulte du produit scalaire

$$(\lambda \vec{j} + \xi \vec{i}) \left(\frac{\partial}{\partial z} \vec{j} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{i} \right),$$

où $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont les vecteurs unitaires des directions $\overrightarrow{ON}$ et $\overrightarrow{OZ}$ on peut écrire

$$\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}\, \vec{\tau} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} = \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}\, \frac{\partial}{\partial \tau}$$

d'où, finalement :

$$\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}\, \vec{u}'_\tau = - \overrightarrow{\text{grad}}\, p ;$$

on obtient donc, selon τ :

$$- \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}\, u_\tau = p - p_\infty ,$$

relation déduite en (2) de la formule de BERNOULLI dans le cas du mouvement à potentiel, mais en fait plus générale, et encore valable en écoulement rotationnel linéarisé.

Selon n :

$$\sqrt{\lambda^2+\xi^2}\,\frac{\partial u_n}{\partial \tau} = p'_n$$

de sorte que la condition de glissement s'écrit :

$$p'_n = (\lambda^2+\xi^2)\, f''_{\tau 2}. \tag{4}$$

A partir du champ des pressions supposé déterminé, on peut calculer la vitesse tangentielle induite en intégrant p'_n depuis l'infini amont jusqu'au point M(τ) sur une hélice géométrique

$$u_n(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\lambda^2+\xi^2}} \int_\infty^\tau p'_n \, d\tau.$$

Excepté le cas de profils au bord d'attaque adapté à l'écoulement, il existe une singularité au bord d'attaque telle que

$$\int_\infty^{BA} p'_n \, d\tau = (\lambda^2+\xi^2)\, f'_\tau(\overset{\frown}{BA}).$$

1,43 Equilibre du sillage

L'équilibre du sillage se traduit de façon immédiate par la continuité des pressions en aval des pales, condition beaucoup plus simple que celle obtenue pour le potentiel des vitesses. Cet avantage est toutefois compensé par la présence de singularités et par la nécessité de deux intégrations pour remonter d'un champ de pression connu à la forme des profils qui lui donnent naissance.

1,5 DETERMINATION DES EFFORTS

1,51 Dans la théorie des surfaces portantes en translation uniforme, l'évaluation de la perte d'énergie cinétique qui résulte de la présence du sillage tourbillonnaire à l'aval de l'écoulement permet de calculer aisément la résistance induite de l'aile. On sait, d'ailleurs, que l'expression analytique de cette résistance a exactement la même forme que celle obtenue par un calcul direct des efforts sur l'aile au moyen de la théorie simplifiée de la ligne portante.

Dans le cas du mouvement hélicoïdal, la réduction à des expressions simples des efforts que le fluide exerce sur les pales ne peut être obtenue par des démarches similaires ; si, en effet, le bilan des quantités de mouvement ou des énergies cinétiques permet bien d'atteindre le terme principal du couple ou de la poussée, certaines des parties des efforts induits par le système tourbillonnaire restent sous forme d'intégrales de surface dont le calcul pratique est malaisé et dont la formulation ne s'identifie plus à celle que donne le schéma théorique de la ligne portante.

Quoi qu'il en soit, la détermination de la traction T et du couple Q développés par l'hélice, qu'il est commode de mettre sous les formes adimensionnelles usuelles :

$$C_T = \frac{2T}{\rho\omega^2 r_{max}^4}, \quad C_Q = \frac{2Q}{\rho\omega^2 r_{max}^5},$$

peut être obtenue par l'un ou l'autre des deux procédés suivants :

a) lorsque les pales sont «adaptées» aux conditions de fonctionnement, c'est-à-dire lorsqu'il n'existe pas de singularité et donc de vitesse infinie au bord d'attaque,

c'est d'ailleurs ce que l'on cherche à réaliser dans le calcul d'une hélice devant fonctionner à un V/nD imposé, l'intégration des pressions locales sur les pales donne, sans qu'on prenne en compte les efforts dus aux frottements

$$C_T = 2m\Gamma_{max}\int_{\xi_m}^{1} \xi \frac{\Gamma}{\Gamma_{max}}\, d\xi - 2m\lambda\Gamma_{max}^2 \iint_{Pale} \frac{\varphi'_n/\Gamma_{max}}{\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}\left(\frac{\varphi'^{-}_{\tau}}{\Gamma_{max}} - \frac{\varphi'^{+}_{\tau}}{\Gamma_{max}}\right) d\xi d\tau$$

(5)

$$C_Q = 2m\lambda\Gamma_{max}\int_{\xi_m}^{1} \xi \frac{\Gamma}{\Gamma_{max}}\, d\xi + 2m\Gamma_{max}^2 \iint_{Pale} \frac{\xi^2\varphi'_n/\Gamma_{max}}{\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}\left(\frac{\varphi'^{-}_{\tau}}{\Gamma_{max}} - \frac{\varphi'^{+}_{\tau}}{\Gamma_{max}}\right) d\xi d\tau.$$

Γ_{max} est la valeur maximale de la répartition de la circulation au bord de fuite. Les intégrales doubles du deuxième membre exigent la connaissance précise de φ'_n et $\varphi^{\pm 1}_{\tau}$ en chaque point des pales, or le calcul pratique de ces dérivées est toujours une opération délicate :

b) pour cette dernière raison il nous a paru préférable d'adopter un second procédé qui consiste à considérer comme encore valables dans l'écoulement tridimensionnel les formules de la ligne portante

$$C_T = 2m\int_{\xi_m}^{1} (\xi + u)\,\Gamma\, d\xi,$$

(6)

$$C_Q = 2m\int_{\xi_m}^{1} \xi(\lambda + v)\,\Gamma\, d\xi,$$

u et v étant les vitesses périphérique et axiale induites sur les hélicoïdes tourbillonnaires à l'infini aval.

Les formules (6) peuvent se mettre sous la forme (7)

$$C_T = 2m\Gamma_{max}\int_{\xi_m}^{1} \xi \frac{\Gamma}{\Gamma_{max}}\, d\xi - m\lambda\Gamma_{max}^2 \int_{\xi_m}^{1} \frac{\varphi'_n/\Gamma_{max}}{\sqrt{\lambda^2+\xi^2}} \frac{\Gamma}{\Gamma_{max}}\, d\xi,$$

(7)

$$C_Q = 2m\lambda\Gamma_{max}\int_{\xi_m}^{1} \xi \frac{\Gamma}{\Gamma_{max}}\, d\xi + m\Gamma_{max}^2 \int_{\xi_m}^{1} \frac{\xi^2\varphi'_n/\Gamma_{max}}{\sqrt{\lambda^2+\xi^2}} \frac{\Gamma}{\Gamma_{max}}\, d\xi,$$

mieux adaptée au calcul analogique et au calcul de la circulation maximale pour une valeur donnée de C_T ; le principal problème à envisager pour le calcul pratique des hélices étant celui où le coefficient de poussée C_T et le paramètre de fonctionnement λ sont des données.

Pour se rendre compte des écarts susceptibles d'être introduits par l'emploi des formules simples de la ligne portante nous croyons utile d'indiquer la comparaison entre les valeurs numériques des termes induits données par les formules (5) et celles données par les formules (7) : ainsi, dans le calcul pratique d'hélice décrit au chapitre II, l'écart relatif par rapport au calcul de la ligne portante est de - 1 % pour le terme induit de la poussée et de - 8 % pour le terme induit du couple ; pratiquement, ces écarts sont négligeables puisque les termes correctifs sur lesquels ils interviennent ne représentent eux mêmes respectivement que 5 % de C_T et 10 % de C_Q.

1,52 Pas réel des tourbillons

Les formules (7) ne sont applicables, en principe, qu'au cas d'hélices très peu chargées car on y néglige la déformation des surfaces de courant relatif sous l'effet des vitesses induites.

Le pas asymptotique réel λ^* des surfaces de courant relatif satisfait en fait [12] à la relation :

$$\frac{\lambda^*}{\xi} = \frac{\lambda + v}{\xi + u} \tag{8}$$

et c'est λ^* qu'il faudrait introduire dans les formules (7) à la place de λ. La vérification simultanée des formules (7) et (8) pour fixer la valeur de λ^* obligerait alors à effectuer un certain nombre d'itérations avant de pouvoir déterminer exactement Γ_{max}. Il faut noter que λ^* n'est constant en ξ que dans le cas d'optimum tourbillonnaire où les vitesses induites à l'infini aval ont la forme :

$$\varphi_n' = \frac{(\lambda^* - \lambda)\,\xi}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}};$$

la considération du bruit ou de la cavitation oblige souvent à modifier cette répartition optimale de vitesses et la détermination de λ^* n'est alors valable que dans une section de référence (section $\xi = 0{,}7$ généralement). Comme dans le schéma tourbillonnaire tridimentionnel que nous proposons on ne peut pas prendre en compte la contraction des nappes de sillage, il nous a paru en définitive préférable de ne pas introduire le pas réel λ^* dans le calcul des coefficients de poussée ou de couple.

CHAPITRE II

2 RESOLUTION DU PROBLEME DE LA SURFACE PORTANTE EN MOUVEMENT HELICOIDAL PAR ANALOGIE RHEOELECTRIQUE

2,1 PRINCIPE DE LA METHODE

Dans le chapitre I nous avons vu que l'on pouvait aboutir à une solution linéarisée de l'écoulement d'un fluide incompressible autour d'une hélice propulsive en utilisant, soit le potentiel des vitesses de perturbation, soit le potentiel des pressions, qui tous deux sont des fonctions harmoniques. Etant donné la difficulté d'obtenir des solutions analytiques de ce problème, il est très intéressant d'utiliser la méthode des analogies rhéoélectriques pour représenter les potentiels considérés et aboutir à des solutions numériques. La méthode a déjà été utilisée de nombreuses fois dans des problèmes de mécanique des fluides, elle consiste à identifier, à un facteur constant près, le potentiel hydrodynamique au potentiel électrique d'un milieu conducteur, en l'occurrence de l'eau, dont les limites correspondent au domaine d'étude de la fonction hydrodynamique. Les conditions aux limites se transposent aisément en termes électriques. En particulier, les conditions sur les dérivées normales sont remplacées par des conditions sur les intensités traversant des électrodes d'alimentation convenablement réparties sur les frontières ; la loi d'OHM s'écrit en effet pour un petit élément de surface ΔS du modèle

$$V'_n = - \rho_e r_c \, I / \Delta S ,$$

où ρ_e est la résistivité électrique du milieu et I l'intensité traversant l'électrode au potentiel électrique V ; n est la coordonnée adimensionnelle dans la direction normale à l'élément et r_c le rayon de l'hélice représentée dans la cuve ; il est introduit dans la loi d'OHM pour avoir, comme dans le chapitre I des directions de dérivation adimensionnelles.

Les tourbillons libres ou liés doivent être représentés par des discontinuités de potentiel ; on réalise en fait ces discontinuités en pratiquant dans le champ une coupure électrique à l'aide d'un matériau isolant de part et d'autre duquel sont disposés en vis-à-vis des couples de petites électrodes alimentés par des transformateurs qui établissent entre elles une différence de potentiel tout en assurant l'égalité des intensités qui les traversent, c'est-à-dire la continuité de la dérivée normale de la fonction représentée.

Dans le cas actuel, la symétrie de répétition de l'écoulement permet d'éviter d'avoir à réaliser dans un bassin tridimensionnel une surface mince recouverte d'électrodes sur ses deux faces ; on peut, en effet, reporter les feuillets de la coupure aux

contours du bassin qui représentent respectivement la face d'extrados d'une pale et, décalée d'un angle de $2\pi/m$, la face d'intrados de la pale suivante. Les électrodes placées sur ces surfaces peuvent alors être facilement alimentées de l'extérieur de la cuve.

2,2 DESCRIPTION DU BASSIN ANALOGIQUE

Le domaine à représenter est constitué essentiellement par le volume compris entre deux hélicoïdes ; le fluide conducteur étant comme à l'ordinaire de l'eau, il est nécessaire de construire une cuve étanche (*fig.* 5).

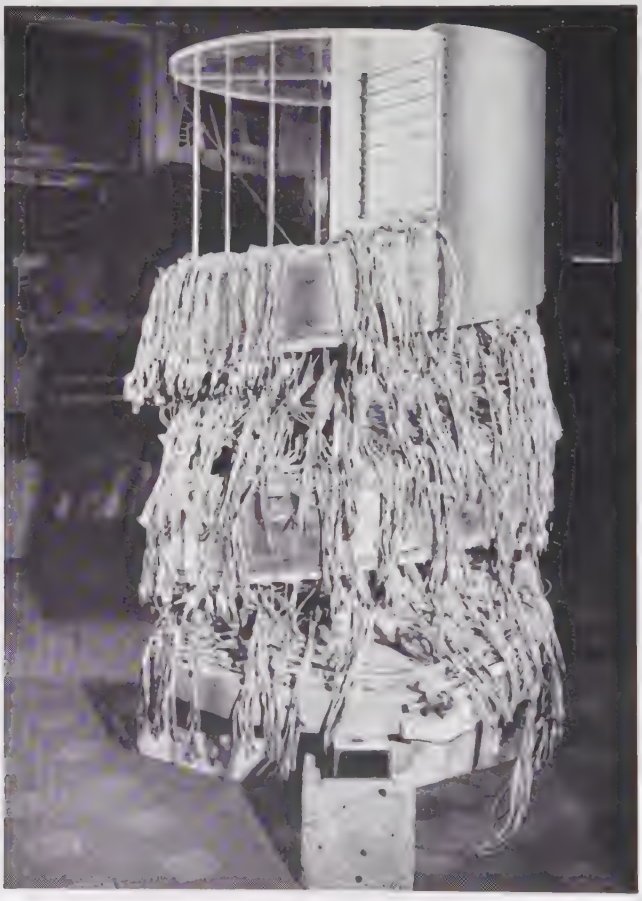


FIGURE 5

Le modèle, destiné aux propulseurs tripales, est limité par deux surfaces hélicoïdales (*fig.* 6) ci-après, déduites l'une de l'autre par une rotation de $2\pi/3$ autour de l'axe de l'hélice et portant en regard des électrodes ; l'une figure l'intrados d'une pale et, à sa suite, le feuillet inférieur du sillage correspondant, l'autre l'extrados et le feuillet supérieur du sillage de la pale suivante. Les deux surfaces hélicoïdales s'étendent en direction radiale au-delà du rayon des pales jusqu'à une distance telle que les composantes de perturbation y soient négligeables ; des électrodes situées

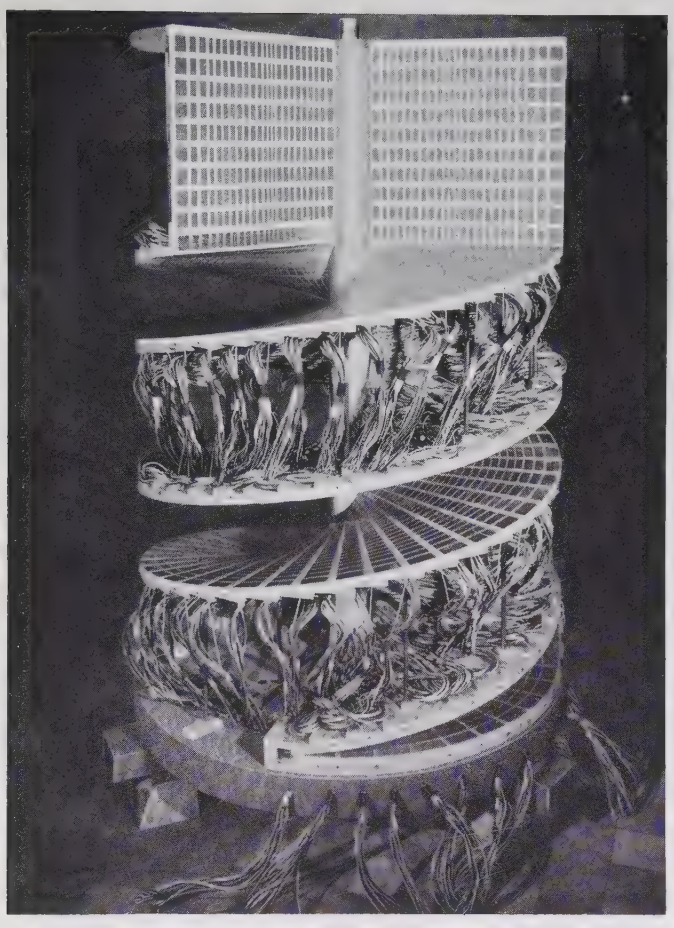


FIGURE 6

en des points homologues de ces surfaces et court-circuitées deux à deux assurent la continuité du potentiel en dehors des surfaces portantes et de leurs sillages ; en amont du propulseur la symétrie d'ordre m peut être assurée très simplement en matérialisant jusqu'à une distance axiale suffisante deux plans passant par l'axe, formant entre eux un angle égal à la période de la symétrie, et recouverts, comme il a été dit, d'électrodes homologues reliées en vis-à-vis. Un corps central cylindrique isolant figurant un moyeu, un cylindre extérieur (infini radial) conducteur et un secteur plan perpendiculaire à l'axe, couvert d'électrodes (infini aval), ferment la cuve. La surface libre du liquide limite vers le haut le domaine représenté (infini amont).

Les parois hélicoïdales de la cuve ont été réalisées au moyen de 160 petits éléments hélicoïdaux (*fig.* 7) ci-après, moulés en résine chargée de dolomie ; la cuve a une hauteur totale de 120 cm et un diamètre de 80 cm, le corps central a 8 cm de diamètre. Les électrodes, en laiton, ont été incorporées à la paroi au moment du moulage des éléments, elles sont disposées au nombre de 23 dans la direction radiale. Dans la région représentative des pales, les électrodes sont plus petites que celles du sillage ou des plans d'amont afin qu'on puisse suivre sans trop de distorsion le

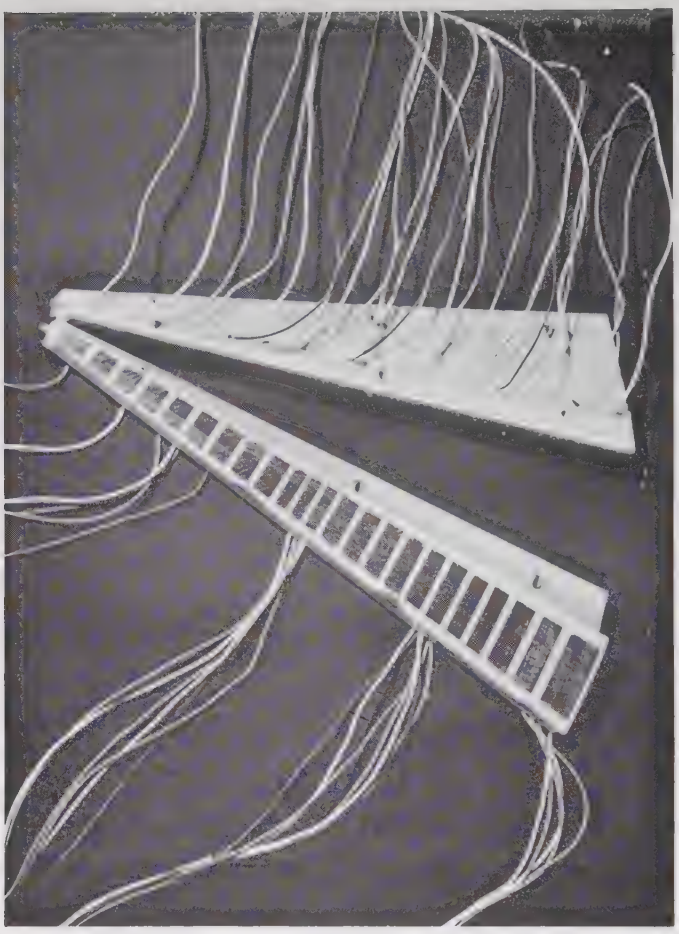


FIGURE 7

contour de pales de forme quelconque. Au total près de 4500 électrodes recouvrent les surfaces limitant la cuve, nombre élevé dû au procédé de construction qui nous a contraint à fragmenter les électrodes. Toutefois, l'absence d'égalité des valeurs des potentiels homologues d'intrados et d'extrados à distance finie aurait nécessité de toute façon un découpage serré des surfaces recouvertes d'électrodes afin d'obtenir une variation suffisamment continue des potentiels.

La cuve permet l'étude d'hélices tripales à des régimes de fonctionnement $\lambda = V_o/\omega r_c$ compris entre 0,45 et 0,25. La géométrie de l'hélicoïde étant en effet caractérisée par le rapport V_o/ω qui est ici égal à 6,66 cm/radian (ou 41,8 cm par tour), il est possible, par un choix convenable du rayon r_c de l'hélice, de représenter, dans le bassin toute une gamme de régimes λ. La valeur minimale de r_c est imposée par le nombre minimal d'électrodes dont on accepte de disposer en direction radiale pour représenter les pales, et la valeur maximale de r_c par la distance minimale qu'on peut tolérer entre l'extrémité des pales et la paroi cylindrique externe figurative de l'infini radial sans créer des perturbations trop importantes dans la répartition des potentiels.

Du point de vue électrique les circuits nécessaires au fonctionnement de l'ensemble du bassin, variables évidemment suivant les problèmes traités, comportent généralement l'utilisation d'environ 250 transformateurs, 130 potentiomètres et 130 grandes résistances, permettant la mesure d'informations sur 260 points de l'intrados et de l'extrados d'une pale. L'alimentation électrique générale est assurée à la fréquence de 1 000 Hz par un générateur suivi d'un amplificateur de puissance de 100 W ; l'appareillage de mesure est constitué par un pont de mesure différentiel gradué de 0 à 10 000, l'échelle des potentiels étant choisie arbitrairement de 0 à 100 aux bornes du pont. Les mesures se font par opposition des potentiels à mesurer au potentiel du point mobile du pont ; l'appareil de zéro utilisé est un oscilloscope découplé par un transformateur. Les intensités sont évaluées en mesurant la différence de potentiel aux bornes d'une résistance étalonnée introduite dans le circuit, la chute de potentiel qui en résulte étant compensée par une différence de potentiel de sens opposé produite par un transformateur. Tout cet appareillage est employé usuellement au Centre de Calcul Analogique depuis un certain temps [13].

Le bassin que nous venons de décrire a été construit avant tout pour l'étude du potentiel des vitesses de perturbation. Il est utilisable *a fortiori* pour représenter le potentiel de pression, mais une formule plus simple peut être trouvée pour cette dernière représentation, puisqu'il n'existe pas dans ce cas de surfaces de discontinuité de pression en aval des pales et qu'on peut donc envisager, comme pour l'amont, la simple restitution de la périodicité du champ. Toutefois des inconvénients sérieux compensent, comme nous le verrons, ces avantages et rendent assez inutilisable cette dernière méthode.

2,3 VERIFICATION DU FONCTIONNEMENT GENERAL DU BASSIN

Sauf mention spéciale, dans toutes les expériences décrites ci-après, le bassin a été utilisé pour un paramètre de fonctionnement $\lambda = 0{,}33$; dans ces conditions le rayon de l'hélice est représenté dans la cuve par une longueur de 20 cm ; le moyeu ayant par construction un rayon de 4 cm (20 % du rayon de l'hélice), la partie active de la pale s'étend sur 16 cm et comporte 11 électrodes dont on trouvera les coordonnées radiales et les largeurs Δx dans le tableau qui suit :

Numéro d'électrode	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\mu = \xi/\lambda$		0,751	1,01	1,24	1,46	1,69	1,92	2,14	2,36	2,60	2,78	2,93
ξ pour $\lambda = 0{,}33$	0,2	0,248	0,335	0,409	0,484	0,560	0,633	0,707	0,782	0,856	0,919	0,969
Δx (en cm)	4	2	1	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1	1

Avant tout emploi pratique, il a été nécessaire de vérifier le fonctionnement de la cuve par comparaison avec des résultats théoriques connus pour détecter les erreurs de géométrie ou d'alimentation électrique. Il était indispensable aussi de déterminer l'influence, sur les potentiels représentés, de la limitation du champ à l'infini aval (le fond de la cuve se trouvant à un pas et demi du bord de fuite des pales) et en particulier de chercher à simplifier le plus possible les conditions aux limites à imposer sur le fond, non précisées jusqu'ici, mais pour lesquelles des électrodes avaient été prévues dès la conception du modèle.

L'expérience qui est apparue préalablement la plus simple à réaliser électriquement, bien qu'elle présente par ailleurs certaines difficultés que nous verrons, est relative au cas d'un échappement tourbillonnaire tripale, semi-infini, de circulation Γ et ayant pour supports géométriques des segments radiaux dans le plan $z = 0$ et des hélices de pas réduit $\lambda = 0{,}33$, et pour retour un tourbillon de circulation -3Γ sur l'axe Oz. La représentation électrique du potentiel des vitesses d'un tel système consiste à établir une même différence de potentiel ΔV entre chaque couple d'électrodes homologues des nappes d'hélicoïdes, depuis une ligne radiale située dans la partie médiane de la cuve, jusqu'à l'infini aval; le pas du tourbillon est caractérisé par la largeur (ici 20 cm) de la région alimentée. Au niveau du plan limitant la cuve à l'aval, la mesure des intensités permet de calculer les vitesses induites par le tourbillon. A l'origine amont du tourbillon où la théorie prévoit des vitesses induites axiales et radiales moitiés de celles que donnerait l'échappement tripale indéfini de même circulation, la mesure directe n'est pas possible du fait des vitesses radiales infinies induites par les lignes de tourbillons radiaux assurant la continuité des filets tourbillonnaires libres avec le retour central par l'axe (pales à circulation constante de la théorie de la ligne portante). On peut cependant expérimentalement tourner cette difficulté, en remarquant que, ces vitesses étant opposées sur l'intrados et l'extrados, la somme des intensités qui traversent deux électrodes situées de part et d'autre d'une telle ligne correspond au double des vitesses induites cherchées.

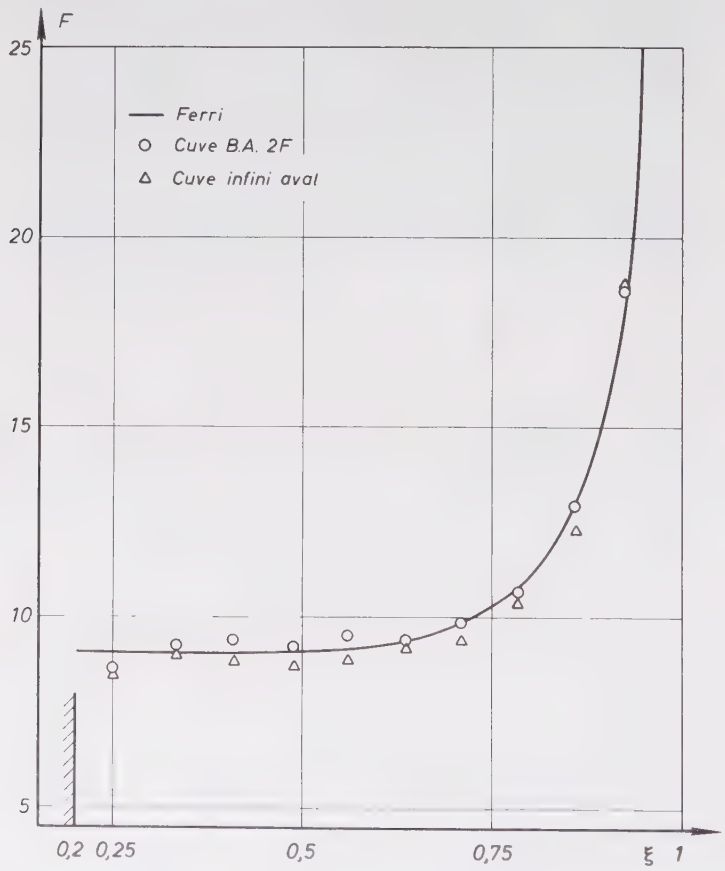


FIGURE 8 - Tourbillon unique. Vitesses induites

Nous avons pu ainsi vérifier de manière satisfaisante les propriétés des échappements multipales ; la *figure* 8 montre la confrontation des résultats expérimentaux avec la courbe théorique donnée par FERRI [14], la fonction F, définie par :

$$F = \frac{4\pi\varphi'_z}{\Gamma} = \frac{4\pi\mu}{\Gamma\sqrt{1+\mu^2}}\,\varphi'_n\,, \qquad \mu = \frac{\xi}{\lambda},$$

étant calculée à partir des intensités électriques mesurées d'après la relation définissant l'analogie :

$$\frac{\varphi'_n}{\Gamma} = \frac{V'_n}{\Delta V} = \frac{\rho_e I r_c}{\Delta S\,\Delta V}\,,$$

soit :

$$F = \frac{4\pi\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} \cdot \frac{\rho_e I r_c}{\Delta S\,\Delta V}\,.$$

Il importe de remarquer, d'une part, que les valeurs théoriques de la fonction F proviennent d'un calcul où il n'est pas tenu compte du moyen de l'hélice, d'autre part, que la singularité des vitesses à l'endroit du tourbillon hélicoïdal d'intensité infinie ne facilite pas la représentation analogique. Si cette expérience ne permet pas de chiffrer avec sûreté la précision du calcul expérimental, elle a permis néanmoins d'éliminer les erreurs de connexions dans le montage électrique et de constater, en outre, qu'une dizaine de transformateurs suffisait à l'alimentation des électrodes situées le long de chaque hélice $\xi = C^{te}$ sur la surface du sillage, dans la zone où le potentiel varie de sa valeur au bord de fuite jusqu'à son état asymptotique à l'infini aval. Nous avons également constaté qu'il n'était pas nécessaire de contrôler de manière détaillée, comme on le craignait initialement, la répartition des vitesses induites axiales sur le fond aval de la cuve de manière à satisfaire la condition de débit (3), opération qui aurait été d'ailleurs assez peu précise et longue à effectuer ; il suffit, en fait, de rétablir dans cette section d'infini aval la symétrie hélicoïdale du potentiel par imparité par rapport à l'hélicoïde bissecteur des deux nappes du sillage, conventionnellement réglé au potentiel zéro, ainsi que le cylindre extérieur (infini radial).

2,4 APPLICATION DE LA METHODE A DIVERS PROBLEMES

Afin d'éprouver la méthode avant d'entreprendre un calcul complet d'hélice, nous résolvons ici divers problèmes qui peuvent se poser dans le fonctionnement hydrodynamique des hélices. Les contours de pales choisis (bords d'attaque et de fuite rectilignes) sont sans doute peu réalistes, mais présentent dans la cuve qui vient d'être décrite une grande souplesse d'emploi, notamment lorsqu'on cherche à faire varier certains paramètres caractéristiques tels que l'allongement. Notre intention était essentiellement de vérifier le fonctionnement des montages électriques envisagés pour le réglage des conditions aux limites ; cependant, quelques conclusions générales ont pu être tirées de ces essais.

Deux types de problèmes bien distincts peuvent être abordés par le calcul analogique. D'une part, les problèmes dits *inverses*, dans lesquels sont recherchées les caractéristiques géométriques de profils susceptibles de réaliser des répartitions de pression imposées *à priori*, d'autre part, des problèmes *directs* où on cherche les répartitions de pression sur des surfaces de géométrie bien définie. Dans l'un ou l'autre cas on profite de la linéarité des solutions pour séparer l'effet portant et l'effet d'épaisseur des profils.

2,41 Résolution des problèmes inverses

La résolution d'un problème «inverse» consiste à déterminer la géométrie de pales réalisant un écoulement de qualités hydrodynamiques imposées.

2,411 *Effet portant*

Les problèmes traités dans ce paragraphe concernent la détermination de lignes moyennes de profils susceptibles de réaliser des répartitions de pressions imposées; comme il a été dit, la projection du contour de pale sur l'hélicoïde est telle que les bords d'attaque et de fuite sont des génératrices de celui-ci, l'extrémité de la pale étant confondue avec l'hélice $\xi = 1$; la projection de cette pale sur un plan perpendiculaire à l'axe est un secteur circulaire centré sur l'axe de rotation. Des expériences ont été faites sur trois hélices de ce type, mais de pales d'allongements différents; ces derniers sont traditionnellement caractérisés par la fraction de surface développée, exprimée par le rapport de la surface développée des ailes à la surface du cercle de projection de l'hélice. L'ouverture angulaire Θ du secteur de projection étant respectivement de 20, 40 et 80 degrés, les fractions de surface développées sont de 19, 38 et 76 %.

2,412 *Représentation du sillage*

La répartition de circulation en envergure, fixée par la valeur du potentiel au bord de fuite, est la répartition optimale. La solution classique de GOLDSTEIN (*fig.* 9)

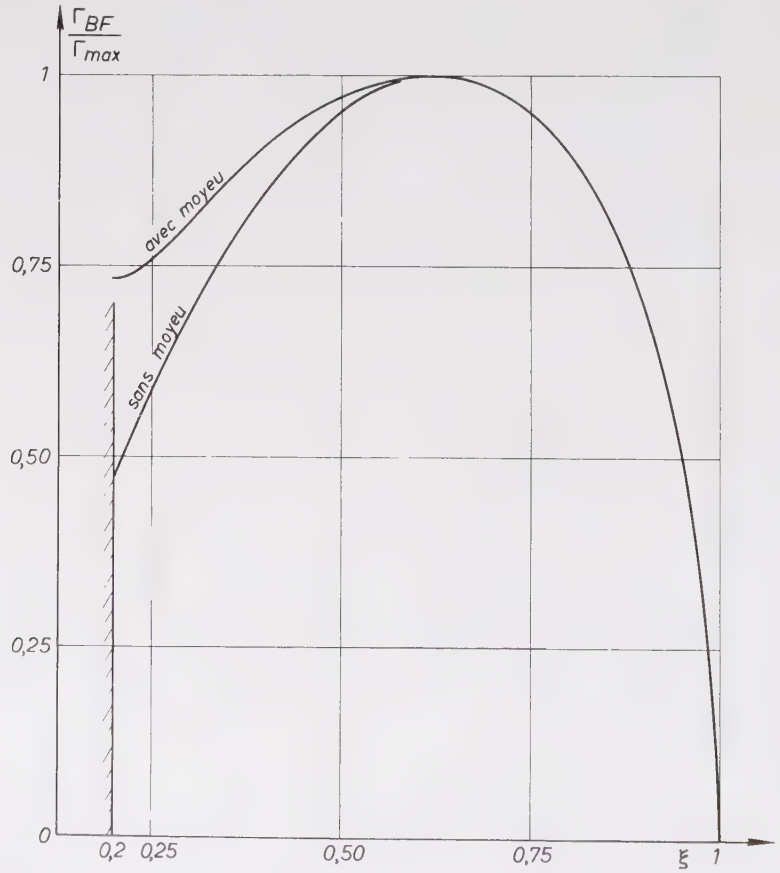


FIGURE 9 - Répartition de circulation optimale imposée en envergure au bord de fuite $\lambda = 0{,}333$
Tripale

correspond à un moyeu nul, sa formulation ne fait pas intervenir l'existence essentielle d'un corps central, mais la condition d'optimum portant en fait sur la distribution des vitesses normales induites, il est aisé de déterminer par le calcul analogique (1) la répartition optimale de circulation correspondant au cas d'un moyeu s'étendant, comme l'implique le montage de la cuve actuelle, de $-\infty$ à $+\infty$ sur l'axe. La correction ainsi apportée sur la répartition de circulation optimale pour un moyeu de 20 % est assez notable (*fig.* 9) ; cependant, ce type de répartition optimale n'est pas usuellement utilisé, soit du fait des difficultés du calcul par voie numérique, soit plutôt qu'on ait tendance à préférer une répartition dans laquelle la circulation s'annule au moyeu afin d'éviter un échappement tourbillonnaire cavitant trop intense sur l'axe du capotage ; il nous semble toutefois que ceci entraîne une perte non négligeable sur la traction. Quoi qu'il en soit, les expériences relatées dans ce paragraphe font usage de la répartition avec effet de moyeu, à l'exception d'un cas (pale 38 %) où la solution de GOLDSTEIN a été utilisée.

On donne ci-dessous la répartition de Γ / Γ_{max}, la valeur du potentiel maximal n'étant pas affectée par la présence du moyeu :

$m = 3$ $\lambda = 0{,}33$ n° électrodes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Γ / Γ_{max} sans moyeu	0,580	0,750	0,858	0,942	0,988	1	0,978	0,920	0,810	0,640	0,410
Γ / Γ_{max} avec moyeu 0,2	0,759	0,837	0,907	0,965	0,988	1	0,972	0,920	0,810	0,640	0,410

Le montage électrique comporte onze groupes de dix transformateurs pour assurer la discontinuité du potentiel de part et d'autre des feuillets du sillage; ces transformateurs sont alimentés sous des différences de potentiel proportionnelles aux circulations que nous venons de définir et qui restent constantes sur chaque ligne hélicoïdale $\xi = Cte$. Ces différences de potentiel symétrisées à l'infini aval dans les conditions précédemment décrites sont elles-mêmes obtenues au moyen d'un «diviseur mille points», pont à corde de résistance ohmique très faible ; l'ensemble constitue un montage électrique suffisamment stable pour qu'il ne soit pas nécessaire d'en modifier le réglage au cours des différentes expériences, et qui de plus n'introduit pas de déphasage notable entre les potentiels (condition indispensable pour les mesures faites par opposition de potentiels). La *figure* 10 donne le schéma du montage électrique pour une section.

La *figure* 11 donne la répartition des dérivées normales mesurées à l'infini aval de la cuve en imposant la courbe de circulation optimale sans effet de moyeu, on constate de notables différences près du moyeu avec la courbe de dérivées normales optimales. En corrigeant les intensités injectées près du moyeu nous avons obtenu la courbe de circulation optimale avec effet de moyeu de la *figure* 9.

(1) Cette détermination peut être effectuée rapidement avec le calculateur analogique dont il sera question au chapitre III.

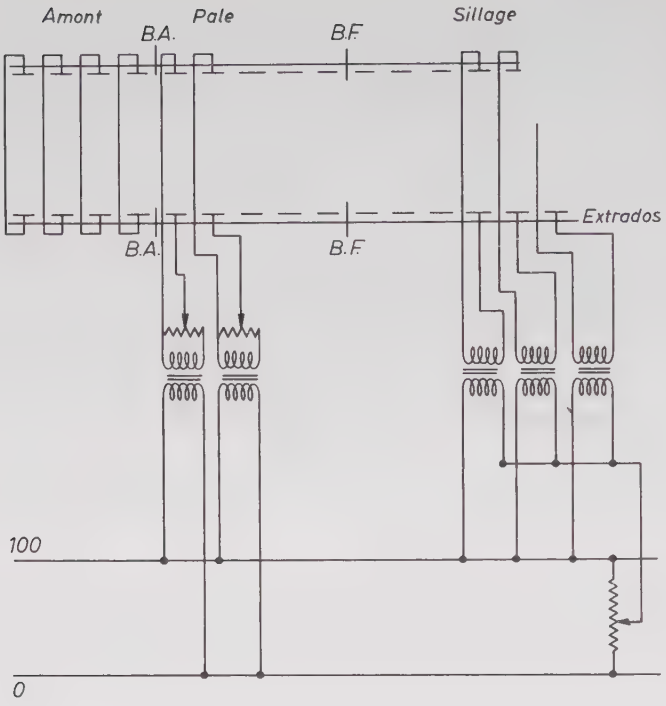


FIGURE 10 - Alimentation pour l'effet portant

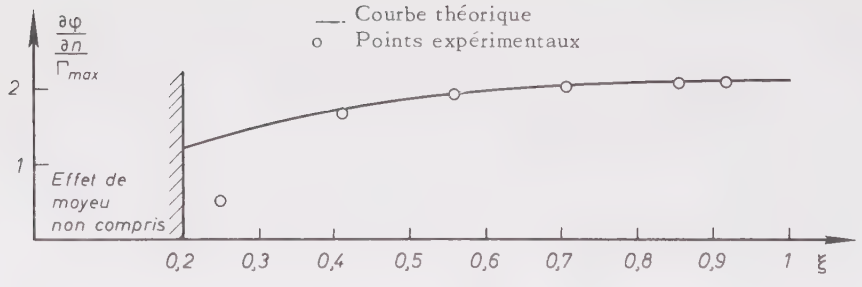


FIGURE 11 - Répartition des dérivées normales à l'infini aval pour la répartition de circulation optimale $\lambda = 0,33$

2,413 *Représentation des pales*

La représentation du sillage étant résolue, la répartition de circulation le long des cordes des pales est calculée de manière que la différence de pression le long de chaque profil soit constante, excepté au bord de fuite et au bord d'attaque où on annule cette différence pour adapter le profil à l'écoulement en éliminant les vitesses induites infinies.

La différence de pression intrados-extrados est donnée par :

$$\Delta p = p^+ - p^- = \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}\,(\varphi'^-_\tau - \varphi'^+_\tau)$$

et se déduit donc de la répartition de circulation en corde par dérivation. Dans l'hypothèse actuelle où Δp est constant sur la majeure partie de la corde, la répartition de circulation correspondante est essentiellement une fonction linéaire de τ; pour simplifier on posera :

$$\Gamma(a) = E(a)\,\Gamma_{BF}$$

où $a = \tau/\tau_\xi$, τ est le point courant de la corde au rayon ξ, τ_ξ sa longueur totale ; la fonction $E(a)$ (*fig.* 12) est linéaire de l'électrode 2 à l'électrode 9, sa pente est pratiquement nulle sur les électrodes 1 et 10. Sur la partie linéaire :

$$\varphi'^-_\tau - \varphi'^+_\tau = \frac{1{,}25}{\tau_\xi}\,\Gamma_{BF}$$

Γ_{BF} étant la valeur de la circulation optimale imposée au bord de fuite.

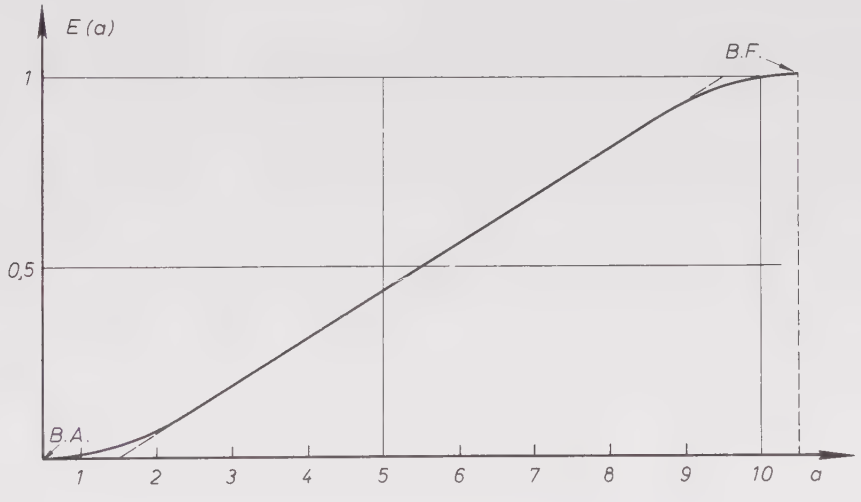


FIGURE 12 - Répartition de circulation en corde

De la répartition de circulation ainsi calculée sur toute la pale, on déduit la différence de potentiel à appliquer entre chaque couple d'électrodes représentatives d'un point distingué sur le propulseur pour que le potentiel dans la cuve soit réellement analogue au potentiel aérodynamique du problème posé. Il y a 10 transformateurs dans le sens de la corde et 11 dans le sens de l'envergure, soit en tout 110 transformateurs qui alimentent une ou plusieurs électrodes suivant les dimensions de la pale représentée. La différence de potentiel assurée par chacun d'eux est réglée par un potentiomètre branché sur le secondaire : l'intensité débitée par ces potentiomètres étant suffisamment faible les potentiels sont établis aux valeurs souhaitées en deux réglages.

La forme géométrique des profils susceptible de donner lieu à l'écoulement ainsi décrit se calcule à partir des intensités mesurées sur chaque électrode ; en effet par intégration de la condition de glissement (2) on obtient la distance adimensionnelle f du profil normalement à l'hélicoïde :

$$\frac{f}{\Gamma_{max}} = \int_{\tau_\xi}^{\tau} \frac{i\, d\tau}{\Gamma_{max}} = \int_{\tau_\xi}^{\tau} \frac{\varphi'_n\, d\tau}{\Gamma_{max}\sqrt{\lambda^2+\xi^2}} ;$$

Γ_{max} est la valeur maximale prise par la circulation au bord de fuite. Dans le modèle analogique, on a en chaque électrode :

$$(V'_n)_j = \frac{\rho_e I_j r_c}{\Delta S} = \frac{\rho_e I_j}{\Delta x\, \Delta\tau} ;$$

la résistivité ρ_e étant mesurée en ohm.cm, on conserve à la largeur Δx de l'électrode sa valeur en cm, d'où :

$$\frac{f(b)}{\Gamma_{max}} = \frac{\rho_e}{\lambda \Delta x \sqrt{1+\mu^2}\, V_{max}} \sum_{j=1}^{b} I_j ,$$

où $\pi = \frac{\xi}{\lambda}$ et V_{max} est le potentiel électrique correspondant dans l'analogie à Γ_{max}. La somme $\sum_{j=1}^{b}$ est étendue à toutes les électrodes qui séparent au rayon ξ, le bord de fuite du point b considéré.

Si, enfin, pour la commodité de la représentation on rapporte l'ordonnée à la corde la plus longue de la pale ($\xi = 1$) on a :

$$Y = \frac{f}{\Gamma_{max}\, \tau_1} = \frac{\rho_e}{\lambda^2 \Delta x\, V_{max} \sqrt{1+\mu^2}\, \Theta \sqrt{1+\mu_1^2}} \sum_{j=1}^{b} I_j ,$$

on trouvera sur les *figures* 13, 14 et 15 les lignes moyennes des profils adaptés aux conditions de pression que nous avons définies.

Sur la *figure* 15 sont figurés les squelettes des profils de l'hélice 76 % ainsi que les squelettes obtenus en appliquant la méthode des surfaces portantes de faible allongement, que nous étudierons dans un prochain chapitre, et dans laquelle la ligne moyenne est déterminée par :

$$Y_J = \frac{f}{\Gamma_{max}\, \tau_1} = \frac{m\mu \sum_{o}^{b} E(a)\, \Delta a}{2\pi\lambda^2 g_{max} \sqrt{1+\mu^2}\sqrt{1+\mu_1^2}} ;$$

g_{max} est donnée par les tables de solutions optimales de KRAMER où $g = \frac{m}{2\pi\lambda A}\Gamma$, A étant la constante d'adaptation figurant dans la condition d'optimum dans le cas présent où $\lambda = 0{,}33$ et $m = 3$, $g_{max} = 0{,}646$.

La *figure* 15 montre que les profils déterminés par les deux méthodes sont très voisins, il semble donc que la méthode décrite au chapitre III puisse donner de très utiles renseignements pour des pales de faible allongement.

2,414 *Angle d'incidence de la corde*

Le bord de fuite étant, par définition, à cote nulle, quand on connaît l'ordonnée f/Γ_{max} au bord d'attaque des profils il est facile d'obtenir l'angle de la corde par rapport à la vitesse relative, $i = \frac{f}{\tau\xi}$. La *figure* 16 donne les valeurs de cet angle pour

les répartitions de pression indiquées précédemment dans les cas de pales se projetant suivant un secteur circulaire et de pales de forme elliptique. Les résultats ont été obtenus, d'une part, par la cuve analogique, d'autre part, par la méthode des faibles allongements pour une pale de fraction de surface développée de 78 %. Dans tous les cas cet angle reste remarquablement le même, il correspond aussi à l'angle induit qu'on obtiendrait en calculant l'hélice par la théorie de la ligne portante.

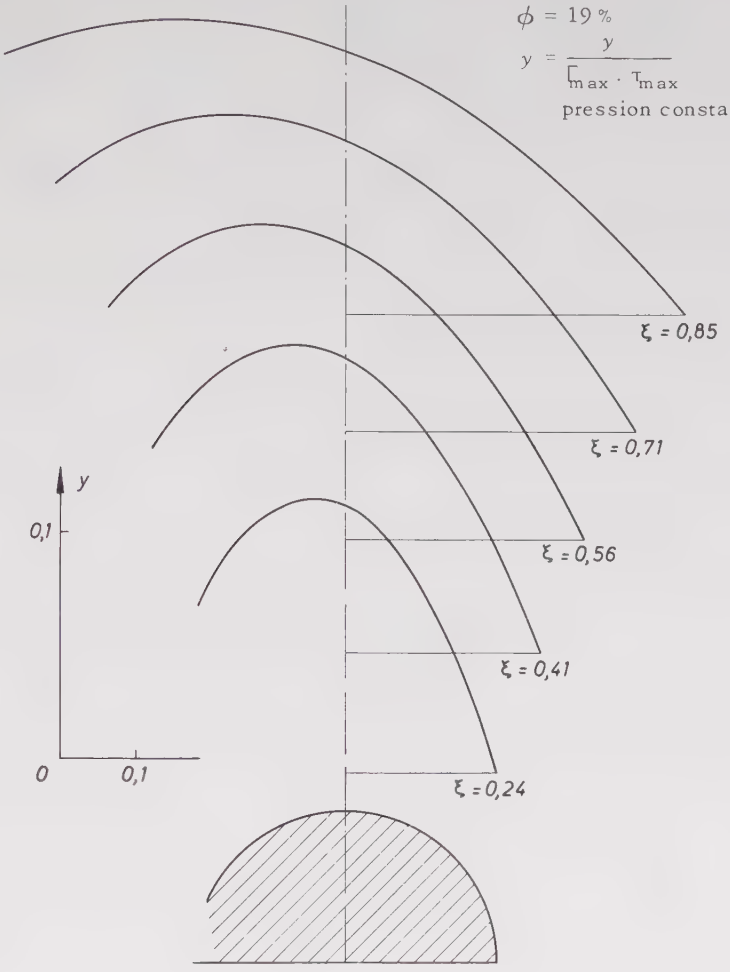


FIGURE 13 - Hélice tripale se projetant sur un secteur circulaire $\lambda = 0{,}330$

2,415 *Cambrure des lignes moyennes*

Pour pouvoir comparer les cambrures des profils déterminés pour différentes valeurs de fraction de surface développée, nous utiliserons un coefficient de correction de cambrure K_c déjà introduit par GINZEL [8].

$$K_c = \frac{f_{eff}}{f_{géom}}$$

f_{eff} est la flèche du profil qui, en écoulement plan, donnerait la même portance et serait adapté aux mêmes conditions que le profil de flèche $f_{géom}$ que nous avons déterminé dans la cuve.

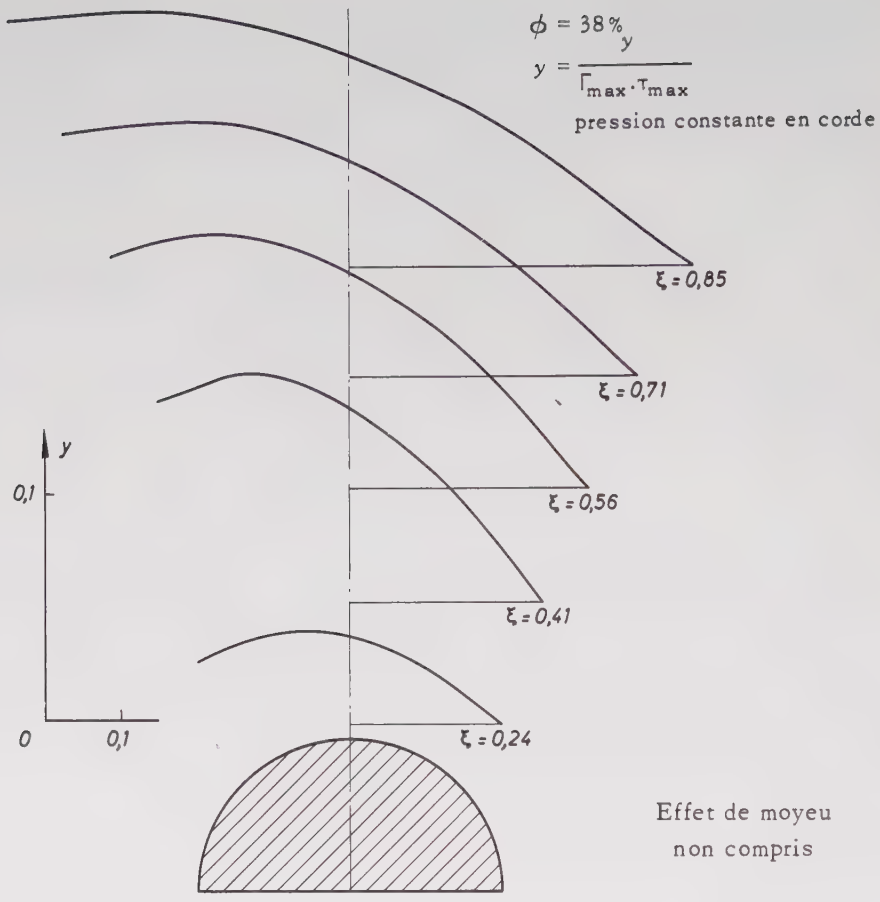


FIGURE 14 - Hélice tripale se projetant sur un secteur circulaire $\lambda = 0,330$

Pour calculer f_{eff} nous savons d'après la théorie des profils minces que :

$$\left(\frac{f}{\tau_\xi}\right)' = \frac{1}{\pi U} \int_o \frac{u \, da'}{a - a'}, \quad a = \frac{\tau}{\tau_\xi},$$

u étant la composante de la vitesse de perturbation suivant la vitesse principale U. Ici nous pouvons considérer que l'écoulement plan de référence servant à définir f_{eff} correspond à un champ de perturbation :

$$u = \frac{1,25 \, \Gamma_{BF}}{2\tau_\xi} \quad \text{pour} \quad 0,1 < a < 0,9$$

et

$$u = 0 \quad \text{pour} \quad \begin{cases} a < 0,1, \\ a > 0,9; \end{cases}$$

l'intégration donne avec :

$$U = \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}$$

$$\left(\frac{f}{\tau_\xi}\right)'_a = \frac{1,25 \, \Gamma_{BF}}{2\pi\tau_\xi \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}} \lg\left(\frac{0,9 - a}{0,1 + a}\right)$$

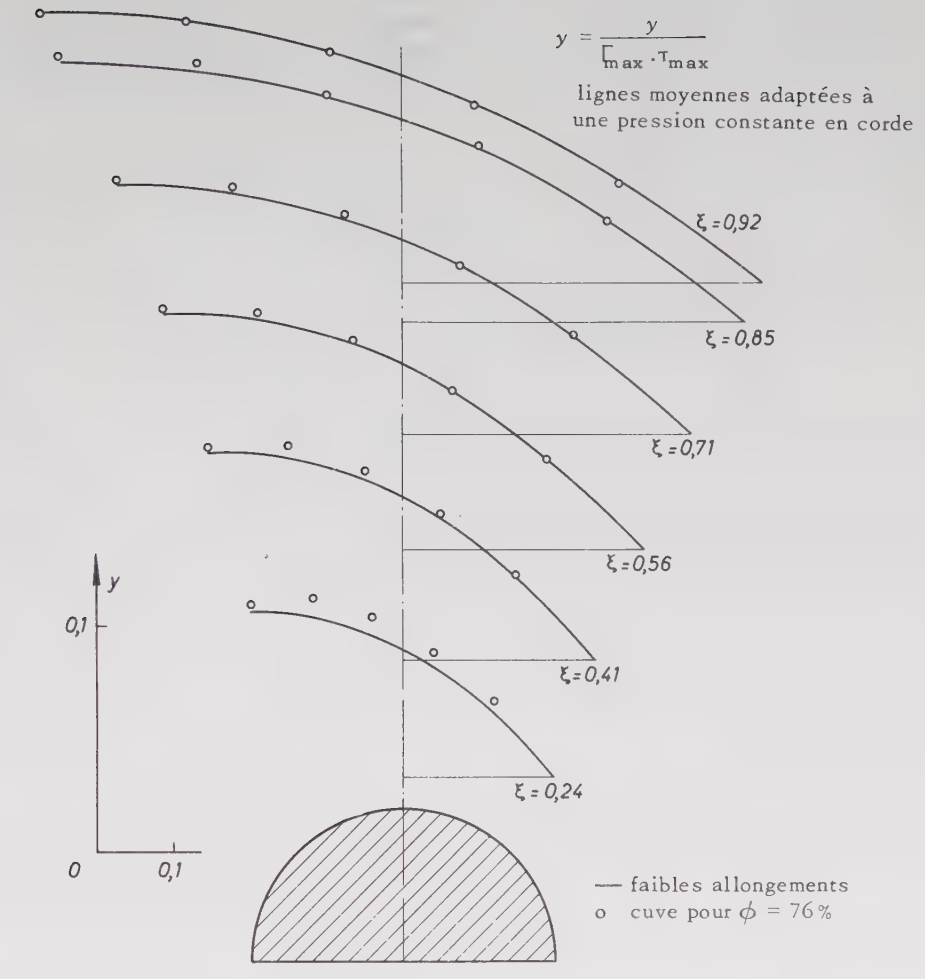


FIGURE 15 - Hélice tripale se projetant sur un secteur circulaire λ = 0,330

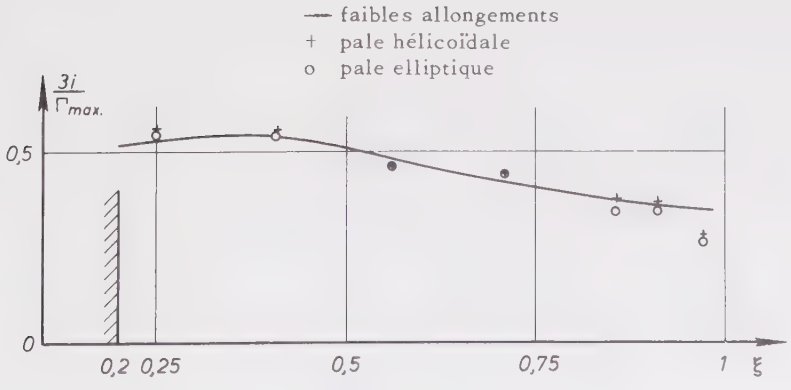


FIGURE 16 - Incidences des cordes

et enfin :

$$\frac{f(a)}{\tau_\xi} = \frac{1{,}25}{2\pi\tau_\xi\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}\left[(0{,}9-a)\log(0{,}9-a)+(0{,}1+a)\lg(0{,}1+a)\right],$$

d'où l'on déduit la flèche pour $a = 0{,}5$:

$$f_{\text{eff}} = \frac{0{,}847\,\Gamma_{BF}}{2\pi\tau_\xi\sqrt{\lambda^2+\xi^2}};$$

la flèche géométrique se calcule à partir des résultats de la cuve en écrivant :

$$f_{\text{géom}} = \frac{b(0{,}5) - \frac{1}{2}\,b(1)}{\tau_\xi} = \frac{\rho_e\,\Gamma_{\max}}{\lambda\Delta x\sqrt{1+\mu^2}\,V_{\max}}\left[\sum_{j=0}^{5} I_j - \frac{1}{2}\sum_{j=0}^{10} I_j\right]$$

d'où finalement :

$$K_c = \frac{0{,}847\,\Gamma_{BF}\,\Delta x\,V_{\max}}{2\pi\rho_e r_{\max}\left[\sum_0^5 I_j - \frac{1}{2}\sum_0^{10} I_j\right]}.$$

La *figure* 17 donne les variations de K_c en envergure pour différentes fractions de surface développée Φ.

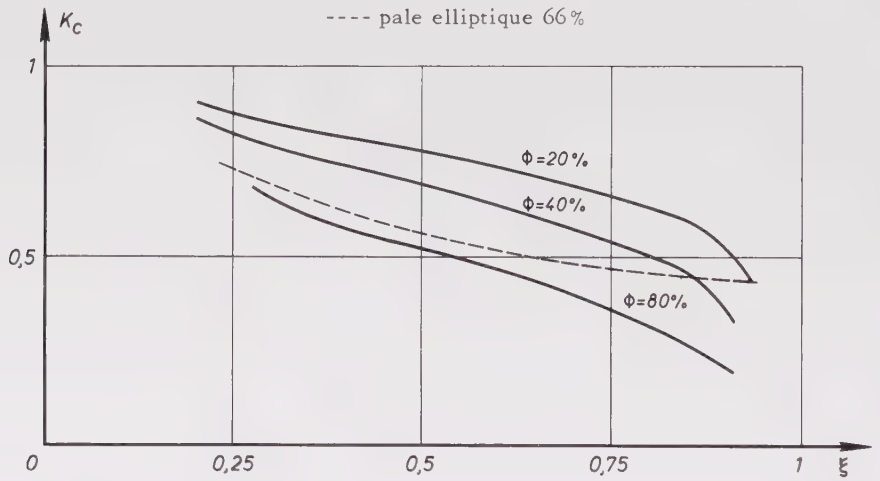


FIGURE 17 - Tripale se projetant suivant un secteur circulaire $\lambda = 0{,}33$

On peut calculer de même par la méthode des faibles allongements une flèche géométrique :

$$f_{\text{géom}} = \frac{0{,}149\,m\mu\,\Gamma_{\max}}{2\pi\lambda^2 g_{\max}(1+\mu^2)}$$

et le coefficient de correction :

$$K_c = \frac{5{,}68\,g_{BF}}{m\mu\,\Theta}.$$

Sur la *figure* 18 sont portés les coefficients de correction de cambrure des différentes pales étudiées en fonction de l'inverse X de la fraction de surface développée.

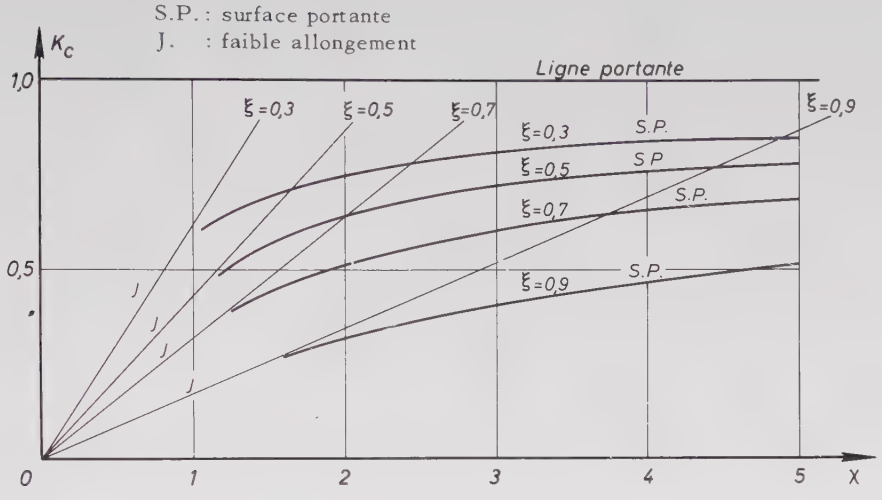


FIGURE 18 - Coefficients de correction de cambrure

2,416 *Pale elliptique*

Le même problème d'adaptation des cambrures que celui précédemment résolu a été traité pour une hélice tripale ayant une forme en plan sensiblement elliptique plus voisine d'un modèle réel. Sa définition géométrique est la suivante :

- de $\xi = 0,2$ à $\xi = 0,48$ la pale se projette comme les pales précédentes suivant un secteur circulaire sur un plan perpendiculaire à l'axe. L'angle Θ du secteur est de 80° ;

- de $\xi = 0,48$ à $\xi = 1$ à $\tau_\xi = 1,86\ \lambda\Theta\sqrt{\xi - \xi^2}$. La fraction de surface développée de cette pale est de 66 %.

Comme dans tous les problèmes de ce genre, une telle forme ne peut être évidemment représentée qu'approximativement par le pavage d'électrodes disposé sur les parois de la cuve, le contour limite des pales étant nécessairement constitué par une suite d'échelons.

Les différences de potentiel à établir entre chaque couple d'électrodes sont déterminées graphiquement d'après les mêmes lois que précédemment ; la lecture des intensités traversant les électrodes permet de la même manière d'obtenir les squelettes des profils correspondants qu'on trouvera sur la *figure* 19 où leurs ordonnées sont définies par $Y = \frac{y}{\Gamma_{max}\ \tau_1}$ avec $\tau_1 = \Theta\sqrt{\lambda^2 + 1}$. On doit remarquer que la représentation approximative des limites de la pale entraîne certaines irrégularités dans le tracé des lignes moyennes qui doivent être légèrement rectifiées par les procédés graphiques habituels.

L'incidence des cordes par rapport au vent relatif est identique à celle relevée dans les cas précédemment traités. Le coefficient de correction de cambrure est porté sur la *figure* 17.

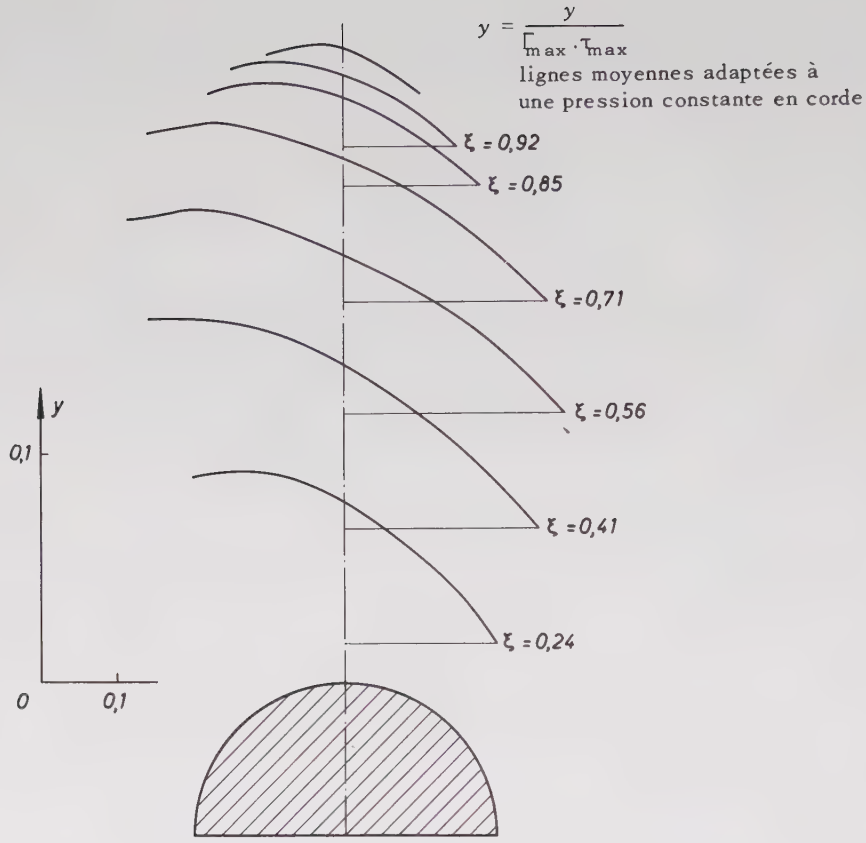


FIGURE 19 - Tripale elliptique $\lambda = 0,330$

2,417 *Effet d'épaisseur*

L'effet d'épaisseur, traité en problème inverse sera étudié au paragraphe 2,5. Il ne nous a pas semblé utile de faire une étude préliminaire de cet effet avant d'appliquer la méthode au calcul d'une hélice, les conditions aux limites en étant particulièrement simples.

2,42 Problème direct

2,421 On doit tout d'abord remarquer que l'étude d'une hélice donnée (problème direct) par la méthode analogique semble avoir une portée pratique assez limitée étant donné la lourdeur de sa réalisation ; en effet, pour chaque point de fonctionnement il faut modifier le contour représentatif de la pale dans la cuve ainsi que le montage électrique, ce qui représente des opérations longues et onéreuses. En outre, si dans l'étude des ailes planes on peut séparer les trois effets de cambrure, d'incidence et d'épaisseur, qui ont l'intérêt de s'ajouter linéairement, pour l'étude d'une hélice l'efficacité d'une telle séparation est moindre, puisque d'un point de fonctionnement à un autre la variation des effets n'est pas linéaire. Pour la convenance du montage électrique, cependant, il est avantageux ici de distinguer l'effet d'épaisseur de l'effet d'incidence.

Pour montrer la possibilité de réalisation de la solution que nous proposons nous avons étudié le cas d'un effet d'incidence pour une seule valeur du paramètre de fonctionnement, dans un premier cas avec un contour de la pale elliptique, dans un deuxième cas avec le contour en forme de secteur défini précédemment. Pour ce dernier cas on a fait varier la fraction de surface développée. Il est bien évident qu'on aurait pu prendre n'importe quelle loi d'incidence ; pour la simplification des calculs on a choisi une loi comportant une incidence constante le long de la corde, ce qui correspond à une pale formée d'une fraction d'hélicoïde de pas K différent de celui de l'hélicoïde d'avance.

2,422 *Réalisation des conditions aux limites*

2,4221 Sur la pale

L'incidence relative de la corde par rapport à l'hélicoïde sillage est donnée par la relation :

$$i(\xi) = \frac{(K - \lambda)\,\xi}{\lambda^2 + \xi^2},$$

qui, portée dans la condition de glissement, donne la condition aux limites suivantes pour la dérivée normale à l'hélicoïde :

$$\varphi'_n = \frac{(K - \lambda)\,\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}, \quad \mu = \xi/\lambda.$$

En faisant l'analogie $\varphi = AV$ où A est la constante de proportionnalité de la représentation, il vient :

$$\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}} = AV'_n = A\,\frac{r_c\,\rho_e}{\Delta S}\,I \tag{9}$$

pour régler l'intensité I dont la valeur est ainsi connue on utilise la méthode des grandes résistances. Le schéma d'alimentation pour une section cylindrique est donné *figure* 20. Une résistance R de grande valeur ohmique est placée dans le circuit secondaire d'alimentation des électrodes d'intrados et d'extrados ; à la condition que R soit choisie suffisamment grande pour que la différence de potentiel aux bornes des électrodes soit inférieure à 5 % de différence ΔV aux bornes du transformateur, on aura

$$I \simeq \frac{\Delta V}{R}$$

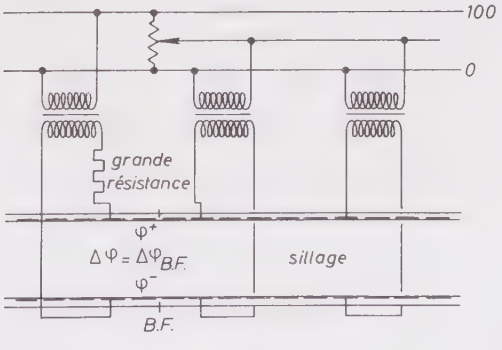


FIGURE 20 - Problème direct. Effet d'incidence et alimentation du sillage

ce qui, porté dans (9) donne :

$$\frac{1}{R} = \frac{\Delta S}{r_c \rho_e A \Delta V} \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}$$

Le pavage des électrodes sur la pale est tel que la surface de chaque électrode est donnée par $\Delta S = r_c \Delta x \sqrt{1+\mu^2}$, il vient donc :

$$\frac{1}{R} = \frac{\mu \Delta x}{\rho_e A \Delta V},$$

relation qui donne les valeurs des résistances d'injection.

$\mu \Delta x$ est le seul facteur qui change d'une section à une autre ; les valeurs des conductances de chaque section sont alors déterminées à partir de la valeur arbitraire, convenable R_o des conducteurs d'une section de référence, d'où :

$$A = \frac{R_o \mu_o \Delta x_o}{\rho_e \Delta V}.$$

Par cette méthode, les intensités sont imposées sans réglage avec une approximation suffisante pour le problème.

On représente la circulation sous la forme :

$$g = \frac{m\Gamma}{2\pi\lambda(K-\lambda)} = \frac{m}{\pi\lambda} A \Delta V_{BF},$$

forme sous laquelle sont données généralement les courbes de circulation optimale de GOLDSTEIN et qui, ici, revient pratiquement à rapporter la circulation à l'incidence et à la vitesse.

2,4222 Sur le sillage

Comme dans le cas du problème inverse, le sillage est représenté par une différence de potentiel qui reste constante le long d'une hélice géométrique. Mais pour le problème direct la valeur de la différence est inconnue *à priori* et est déduite du réglage de la condition de JOUKOWSKI au bord de fuite. Par réglages successifs, en modifiant la différence de potentiel (donnée par un pont diviseur 1 000 points) aux bornes de chaque groupe de transformateurs alimentant les différentes sections, on arrive rapidement à un réglage satisfaisant ; cependant, la méthode d'injection d'intensités par grandes résistances a l'inconvénient de ne donner entre électrodes d'intrados et d'extrados qu'une faible différence de potentiel ce qui diminue la sensibilité du réglage. A chaque étape on règle les conditions d'antisymétrie du potentiel à l'infini aval.

2,423 *Pale elliptique*

L'effet d'incidence d'une pale elliptique de même contour que celle étudiée au paragraphe 2,416 a d'abord été expérimenté. On trouvera sur la *figure* 21 la courbe de circulation obtenue pour un effet d'incidence. Si on compare cette courbe avec celle obtenue pour une même loi d'incidence avec une pale d'allongement très petit calculable par la méthode des faibles allongements, on constate que la circulation obtenue par la théorie de la surface portante est supérieure à celle donnée par la méthode approchée. Ce fait paraît surprenant puisque, si on se refère aux résultats connus de la théorie des ailes portantes, les valeurs relatives à l'approximation des faibles

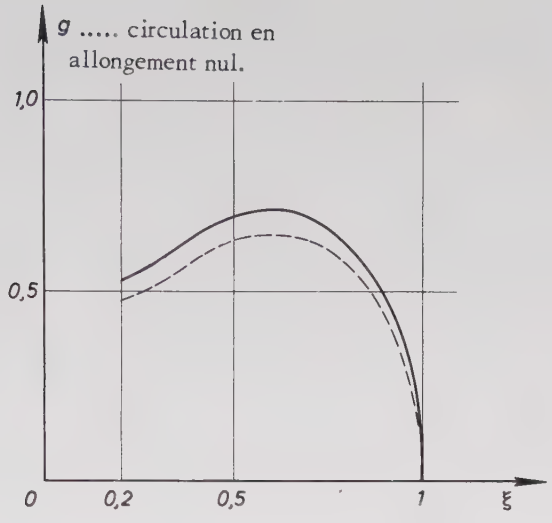


FIGURE 21 - Pale elliptique. Répartition de circulation pour un effet d'incidence $m = 3, \lambda = 0,3$

allongements paraissent comme limites supérieures de celles obtenues par les calculs de surface portante. Pour contrôler l'exactitude de ce premier résultat en contradiction avec ce qu'on attendait, nous avons étudié plusieurs hélices à contour en forme de secteur, mais de différentes fractions de surface développée.

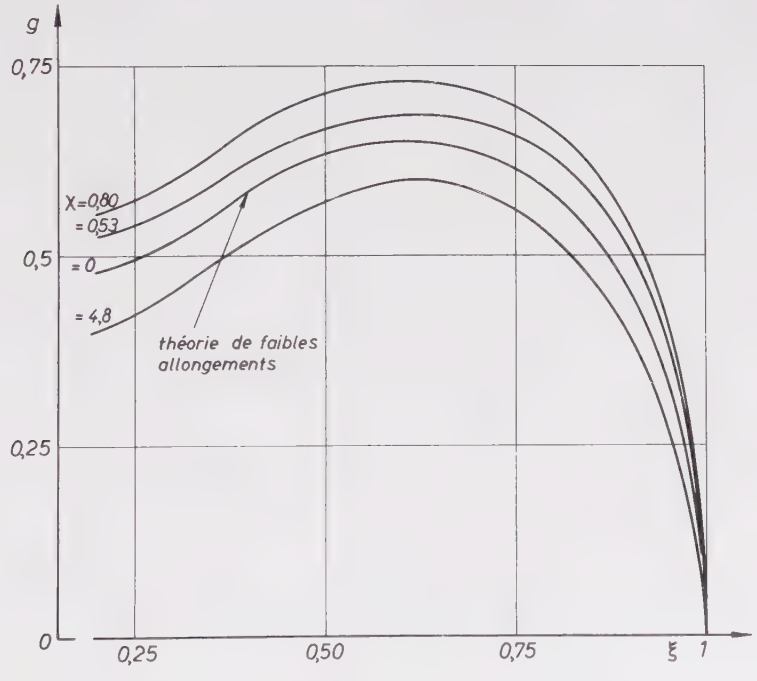


FIGURE 22 - Effet d'incidence. Répartition de circulation pour différents allongements
$m = 3, \lambda = 0,33$
Pale se projetant suivant un secteur circulaire

2,424 *Pales en forme de secteur*

On trouvera sur la *figure* 22 les courbes de circulation obtenues pour différentes valeurs de X inverse de la fraction de surface développée (X équivaut à l'allongement pour les ailes planes).

Pour X = 0 on a la circulation optimale de la ligne portante ou la circulation due à l'effet d'incidence d'un hélicoïde suivant la méthode des faibles allongements.

Pour mettre mieux en évidence le phénomène observé on a porté sur la *figure* 23 les valeurs de la circulation g, $g = \frac{m\Gamma}{2\pi\lambda(K-\lambda)}$, à la section $\xi = 0{,}6$ pour différentes valeurs de X. Pour une aile plane la courbe tendrait de façon monotone vers sa limite à X = 0, ici on remarque que g passe par un maximum dans les environs de X = 1 quand les pales commencent à se recouvrir (recouvrement par projection suivant une direction parallèle à l'axe); on est donc tenté d'expliquer ce maximum par un effet de grille. Cependant, nous avons constaté que pour une grille bidimensionnelle, telle qu'on l'obtient en développant sur un plan la figure d'intersection des profils des pales avec un cylindre coaxial à l'hélice, le phénomène n'apparaît pas. On trouvera, par exemple *figure* 24, les courbes de circulation γ des profils en grille planes en fonction de l'interstice ε et pour différents angles de grille ω (*fig.* 25), établies à partir de [15]. On a $\gamma = \frac{\Gamma}{dV_0\alpha}$ et $\varepsilon = \frac{d}{l}$. On voit que quand ε varie, ce qui pour l'hélice correspond à une variation de l'allongement, la circulation réduite γ qui est comparable qualitativement à g ne présente pas d'extrémum.

Nous pensons avoir trouvé une autre explication effectivement dans un effet de grille, mais lié au caractère tridimensionnel de l'écoulement autour des pales.

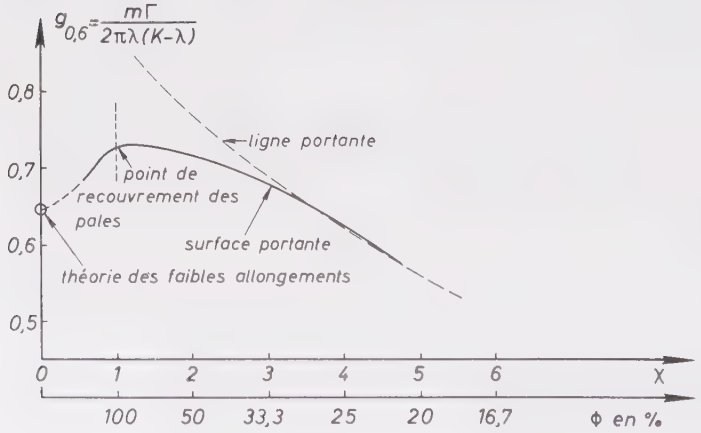
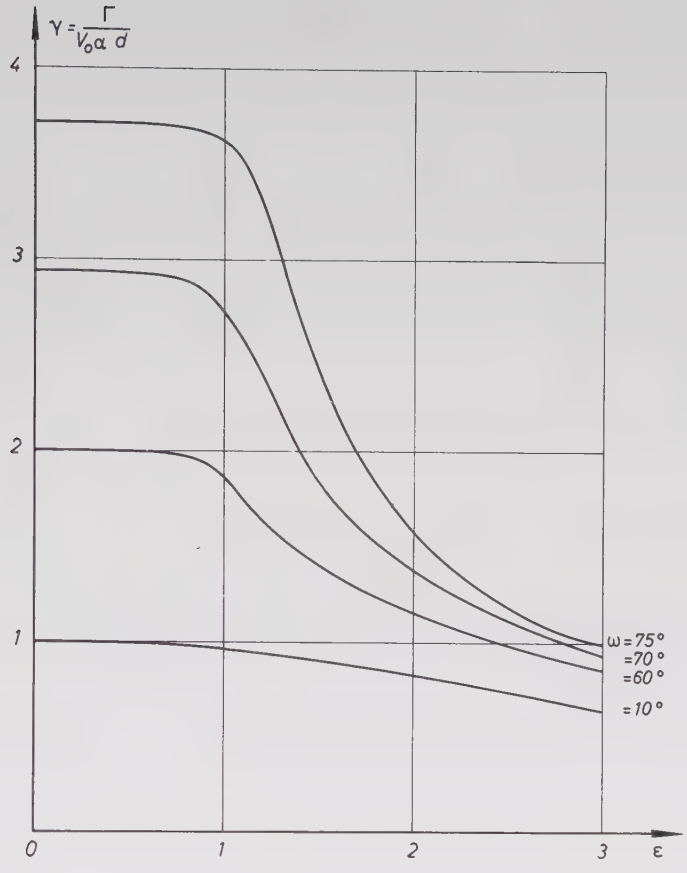


FIGURE 23 - Effet d'incidence. Circulation à la section $\xi = 0{,}6$ pour des hélices de différents allongements $m = 3$, $\lambda = 0{,}33$



FIGUR E 24 - Grille plane. Courbe de circulation en fonction de l'interstice

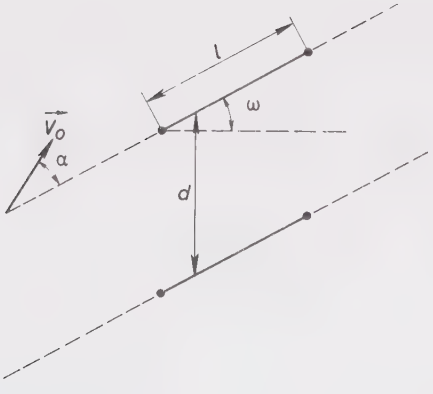


FIGURE 25

Considérons en effet une série d'ailes superposées de corde l et d'envergure 2L placées comme l'indique la *figure* 26 et supposons que chaque aile a une circulation Γ constante en envergure. Suivant la théorie de la surface portante de WEISSINGER on peut considérer dans de bonnes conditions numériques que les tourbillons liés sont concentrés sur la ligne lieu des quarts avant des cordes, les tourbillons libres s'échappant aux extrémités des ailes, et que la condition de glissement doit être satisfaite au quart arrière de chaque profil. Nous allons donc calculer la vitesse induite W au point M placé au quart arrière de la section située dans le plan médiateur, pour différentes valeurs de l'allongement des ailes et observer les variations de $\Gamma / 4\pi LW$ en fonction de ce dernier, la quantité $\Gamma / 4\pi LW$ étant similaire aux circulations réduites précédemment utilisées puisque W est lié à l'incidence par la condition de glissement.

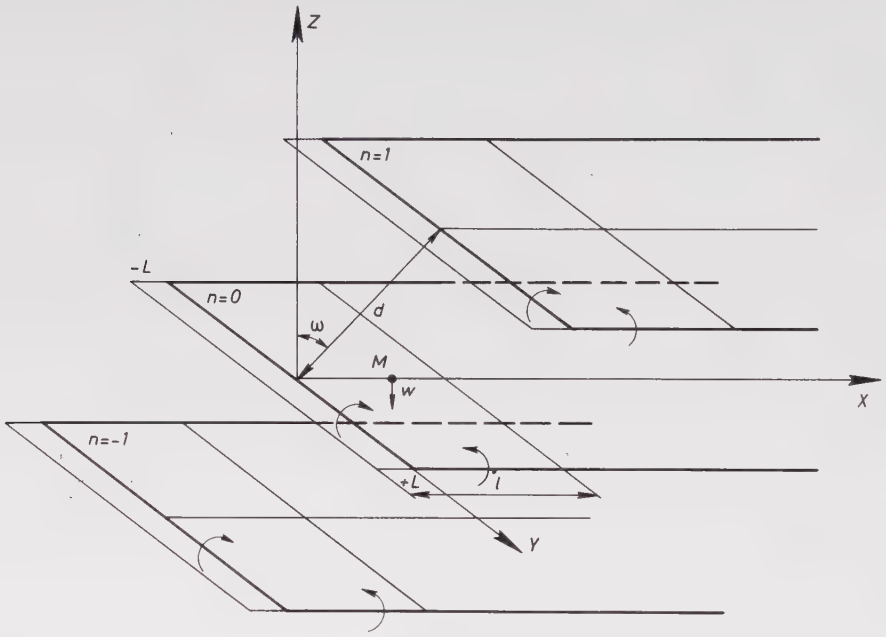


FIGURE 26

Soit zéro le numéro du plan de M ; on appelle n le numéro d'un plan quelconque de $-\infty$ à $+\infty$, la loi de BIOT et SAVART donne pour la vitesse induite pour un tourbillon lié d'ordre n :

$$W_{1n} = -\frac{\Gamma L\,(2\,n\,d\,\sin\omega - l)}{8\pi(n^2\,d^2 - n\,d\,l\,\sin\omega + l^2/4)\sqrt{n^2\,d^2 - n\,d\,l\,\sin\omega + l^2/4 + L^2}}\,;$$

la contribution des tourbillons libres est telle que :

$$W_{2n} = \frac{\Gamma L}{4\pi(L^2 + n^2\,d^2\cos^2\omega)}\left[2 - \frac{2\,n\,d\,\sin\omega - l}{\sqrt{n^2\,d^2 - n\,d\,l\,\sin\omega + l^2/4 + L^2}}\right].$$

Voulant avant tout dégager l'allure des variations de Γ / W, nous avons jugé suffisant de calculer W_n en faisant varier n de - 5 à + 5. Les calculs ont été effectués :

- à l'angle de grille $\omega = 60°$ et à l'interstice $\frac{a}{L} = 1$ pour trois valeurs de $\frac{l}{L}$: 0,5, 1 et 2
- à l'angle de grille $\omega = 0°$ et à l'interstice $\frac{a}{L} = \frac{1}{2}$ pour les mêmes valeurs de $\frac{l}{L}$.

D'après les résultats obtenus, portés sur la *figure* 27, la courbe $\Gamma / 4\pi L W$ passe par un maximum. Ce maximum, comme le montre la *figure* 28, apparaît quand les plans commencent à se recouvrir (recouvrement par projection suivant une direction perpendiculaire à la direction du vent). Ce qui tend à corroborer les résultats que nous avons obtenus pour les hélices.

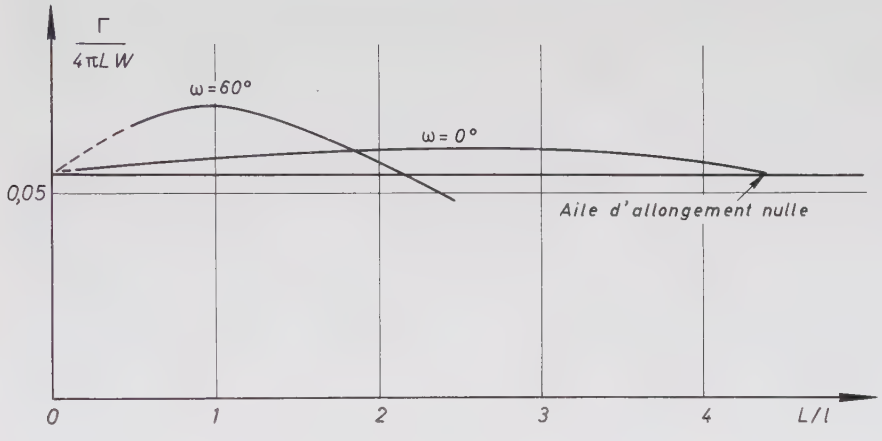


FIGURE 27

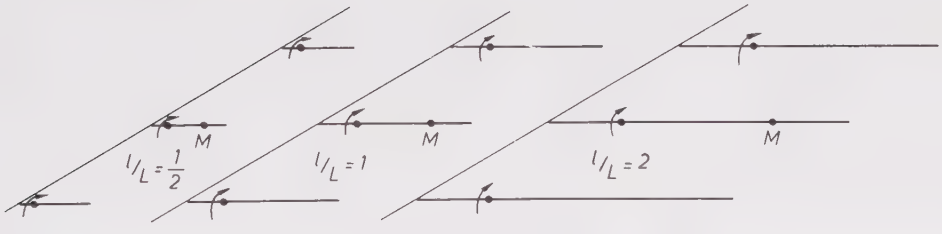


FIGURE 28 - Positions respectives des plans pour différentes valeurs de l/L, $\omega = 30°$

L'effet que nous avons mis en évidence peut avoir une grande influence sur le fonctionnement des hélices à grand nombre de pales et sans doute aussi sur les hélices supercavitantes où les poches de cavitation élargissent considérablement les pales. A ce propos, nous avons pu constater que les auteurs sont assez partagés quant à l'ordre de grandeur des corrections d'effet de grille à apporter dans les calculs d'hélice par les méthodes de ligne portante. Ces corrections paraissent en effet assez aléatoires

puisque, d'une part, il s'agit de corrections issues de mesures faites sur des grilles bidimensionnelles, ce qui, d'après nos résultats, est une approximation assez éloignée de la réalité, et que, d'autre part, ce qui est plus grave, certaines corrections semblent parfois reproduire sous une autre forme de premières corrections déjà introduites dans les calculs.

2,425 *Comparaison avec la théorie de la ligne portante*

Au moyen d'un réseau analogique nous avons calculé les répartitions de circulation que donnent les théories de la ligne portante pour des hélices de mêmes caractéristiques que nous venons d'étudier. Nous avons porté sur la *figure* 23, déjà présentée dans le paragraphe précédent, les valeurs trouvées à la section $\xi = 0{,}6$. On voit sur ce graphique que les résultats des deux théories se recoupent pour une fraction de surface développée de 32 % et qu'au-delà les résultats commencent à diverger. Ce qui met en évidence le domaine où l'utilisation de la théorie de la surface portante s'impose.

2,5 CALCUL D'HELICES MARINES PAR ANALOGIE ELECTRIQUE

2,51 Dans les paragraphes précédents nous avons indiqué des méthodes générales de calcul analogique concernant quelques problèmes relatifs à des écoulements hélicoïdaux, et fait quelques applications à des cas simples. Nous nous proposons maintenant de déterminer complètement les caractéristiques d'une hélice devant fournir une poussée donnée en un point de fonctionnement déterminé. On trouvera dans la suite les différentes étapes nécessaires à ces calculs ainsi que les vérifications expérimentales faites en bassin des carènes sur deux modèles d'hélices réalisés à partir des résultats donnés par le calcul analogique. Deux projets d'hélice, que nous appellerons respectivement hélice n° 1 et hélice n° 2, ont été déterminés à partir des données utilisées pour une hélice calculée par ailleurs selon les méthodes numériques usuelles.

Le calcul de l'hélice n° 1, auquel nous ferons référence par la suite et sur lequel nous n'insisterons pas, a été réalisé avec la cuve analogique dans l'état où elle a été décrite précédemment, et primitivement utilisée, c'est-à-dire en particulier que le contour des pales a été approché par un contour en escalier, le nombre d'électrodes à l'intérieur du contour étant assez restreint surtout en bout de pale. Cette représentation trop approximative a conduit à des résultats jugés peu satisfaisants, tout au moins en essais de cavitation ; il a paru nécessaire dans ces conditions de modifier le bassin analogique. Ces modifications ont consisté à rendre amovible la région représentative des pales sur les parois hélicoïdales du bassin, et à tracer sur ces parties (*fig.* 29) le contour exact des pales ; à l'intérieur on a alors pu disposer un pavage comportant 11 électrodes en envergure sur 10 en corde, comme on le fait généralement pour les ailes : les essais de l'hélice n° 2 calculée avec le bassin ainsi transformé ayant été satisfaisants, nous ne relaterons ici que les différentes étapes du calcul ayant conduit à ce projet.

2,52 Données concernant l'hélice

Vitesse d'avancement : $V_o = 7{,}25$ m/s

Nombre de tours : $n = 3{,}75$ tr/s ($\omega = 23{,}56$ rd/s).

Paramètres de fonctionnement : $\lambda = \dfrac{V_o}{\omega r_{max}} = 0{,}256$ ou $\Lambda = \dfrac{V_o}{nD} = 0{,}805$

Poussée : $T = 7\,200$ kg.

Coefficients de poussée : $C_T = \dfrac{2T}{\rho\omega^2 r_{max}} = 0{,}119$ ou $K_T = \dfrac{T}{\rho n^2 D^4} = 0{,}147$

Nombre de pales : $m = 3$
Rayon : $r_{max} = 1{,}20\,m$

Rayon du moyeu : 0,192 m, soit : $\xi_m = \frac{r_m}{r_{max}} = 0{,}16$

Fraction de surface développée : 0,40
Génératrice droite
Profondeur d'immersion de l'axe : 2 m

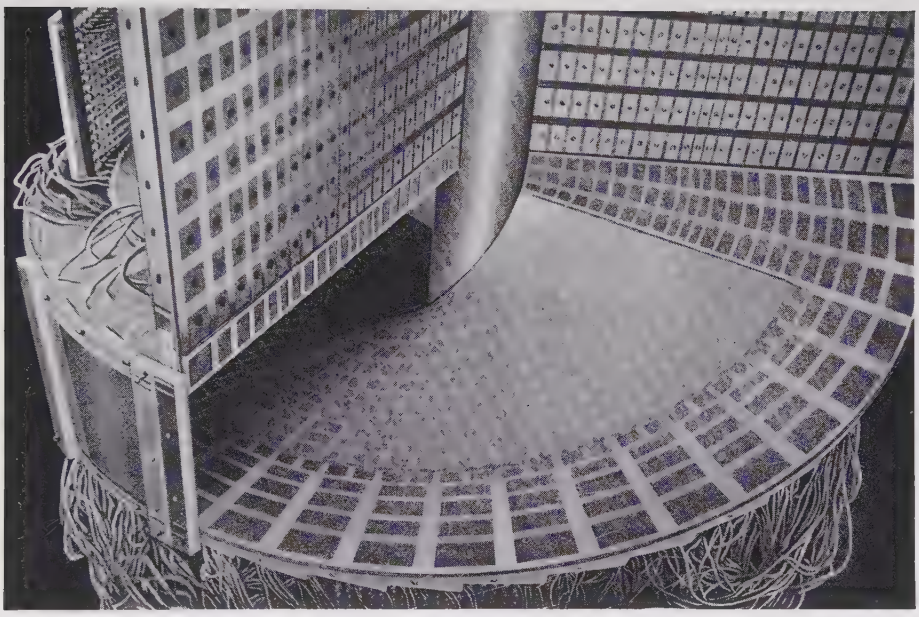


FIGURE 29

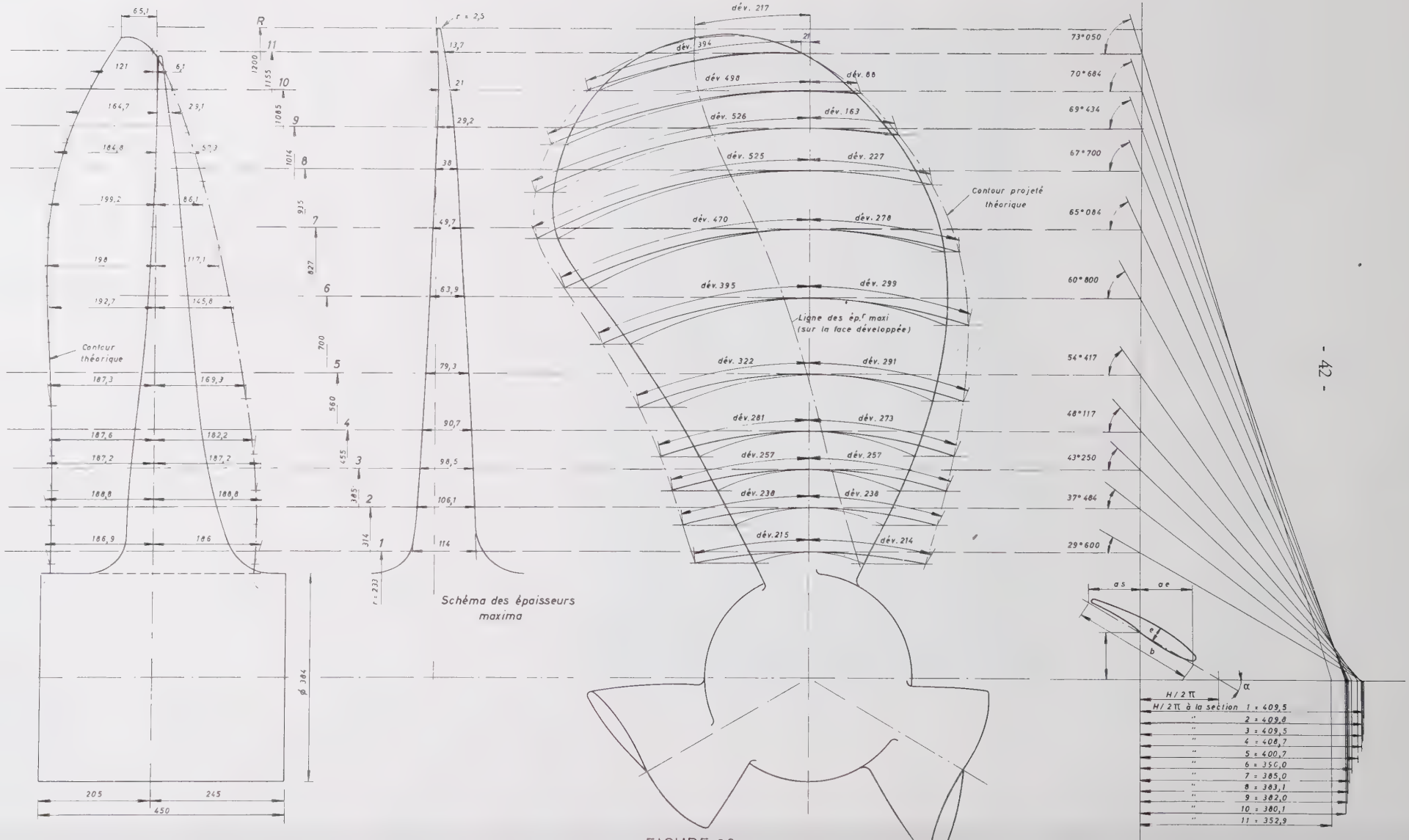

65,1
121
6,1
164,7
29,1
184,8
57,3
199,2
86,1
198
117,1
192,7
145,8
Contour théorique
187,3
169,3
187,6
182,2
187,2
187,2
188,8
188,8
186,9
186
R
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
1200
1155
1085
1014
935
827
700
560
455
385
314
r = 233
r = 2,5
13,7
21
29,2
38
49,7
63,9
79,3
90,7
98,5
106,1
114
Schéma des épaisseurs maxima
dév. 217
dév. 394
dév. 498
dév. 88
dév. 526
dév. 163
dév. 525
dév. 227
Contour projeté théorique
dév. 470
dév. 278
dév. 395
dév. 299
Ligne des ép.r maxi (sur la face développée)
dév. 322
dév. 291
dév. 281
dév. 273
dév. 257
dév. 257
dév. 238
dév. 238
dév. 215
dév. 214
73°050
70°684
69°434
67°700
65°084
60°800
54°417
48°117
43°250
37°484
29°600
ø 384
205
245
450
as
ae
e
b
α
H / 2 π
H / 2 π à la section 1 = 409,5
" 2 = 409,8
" 3 = 409,5
" 4 = 408,7
" 5 = 400,7
" 6 = 350,0
" 7 = 385,0
" 8 = 383,1
" 9 = 382,0
" 10 = 380,1
" 11 = 352,9

FIGURE 20

Eléments de l'hélice	
Nature de la génératrice	Droite
Nombre d'ailes	3
Diamètre extérieur	2,400 m
Pas moyen de la face travaillante (Section : 6)	2,450 m
Surface du disque ($\frac{\pi D^2}{4}$)	4,52 m^2
Surface développée des ailes (sans moyeu)	1,817 m^2
Fraction de surface développée (sans moyeu)	0,40
Rapport du diamètre du moyeu au diamètre extérieur	0,16
Valeur du coefficient de BROSSER	
$K = \frac{e^2.N.n.b.H}{F.D}$ avec : e = 0,114 m, N = 225 r/mn n = 3, b = 0,429 m, H = 2,5728 m, F = 100 ch, D = 2,400m.	0,0037

Sections	Rayon de couper	Largr dév. b	Epaisr maxi e	α	sinus α	cosinus α	aS théo-rique	aE théo-rique	H
1	233	429	114	29°600	0,4939	0,8694	-186,9	186,0	2572,8
2	314	476	106,1	37°484	0,6084	0,7935	-188,8	188,8	2575,2
3	385	514	98,5	43°250	0,6851	0,7283	-187,2	187,2	2572,8
4	455	554	90,7	48°117	0,7445	0,6675	-187,6	182,2	2568,0
5	560	613	79,3	54°417	0,8133	0,5818	-187,3	169,3	2517,6
6	700	694	63,9	60°800	0,8729	0,4878	-192,7	145,8	2450,4
7	827	748	49,7	65°084	0,9068	0,4213	-198,0	117,1	2419,2
8	935	752	38,0	67°700	0,9252	0,3794	-199,2	86,1	2407,2
9	1014	689	29,2	69,434	0,9362	0,3513	-184,8	57,3	2400,0
10	1085	586	21,0	70°684	0,9436	0,3308	-164,7	29,1	2388,0
11	1155	394	13,7	73°050	0,9565	0,2915	-121,0	6,1	2217,6
R	1200		(r=2,5)				- 65,1		

Le contour est donné *figure* 30. Par rapport à l'hélice n° 1, les cordes ont été élargies aux extrémités des pales et réduites vers le moyeu, pour diminuer l'intensité de la charge locale en bout de pale tout en conservant la même fraction de surface développée : modifications apportées en vue d'améliorer les propriétés anticavitantes de l'hélice. Au cours de la réalisation du projet on s'attachera à contrôler les pressions sur les pales de façon que leur répartition soit aussi uniforme que possible et leur valeur supérieure à la pression de vapeur saturante, afin d'éviter les phénomènes de cavitation.

La loi d'épaisseur en envergure est choisie de façon à assurer une résistance mécanique suffisante ; en corde on utilise la loi d'habillage des profils NACA 16.

Le calcul consiste alors à déterminer la loi de cambrure des profils pour répondre aux conditions imposées. Dans ce dessein on calcule séparément deux effets, d'une part, l'effet portant de profils infiniment minces, d'autre part, l'effet d'épaisseur de profils non portants d'habillage donné. On superpose ensuite les lois des courbures obtenues pour constituer le profil définitif. Dans chacun des cas on relève les pressions relatives d'intrados et d'extrados pour s'assurer de leur aptitude à répondre aux conditions de cavitation imposées.

2,53 Effet portant

L'effet portant a déjà été traité au paragraphe 2,411, l'application qui en est faite ici est tout à fait similaire. La loi de circulation en envergure utilisée est la loi optimale (*fig.* 31), compte tenu de la poussée demandée et d'un C_x de frottement pris égal à 0,006, la valeur de Γ_{max} a été évaluée d'après la relation 7 à 0,054. La loi de circulation en corde ou, ce qui revient au même, la répartition de charge, peut être choisie arbitrairement sous réserve que pour éviter les pics de pressions les profils ne doivent pas être chargés au bord d'attaque et de fuite : une répartition de charge constante paraissant la plus apte à éviter la cavitation on a choisi la répartition de circulation indiquée sur la *figure* 12 donnant une charge constante sur les 8/10 de la corde et s'annulant aux bords d'attaque et de fuite.

Les pressions maximales mesurées sur l'extrados suivant l'envergure comme le montre la *figure* 32 sont très peu perturbées par l'effet de grille, à peine peut-on constater près du moyeu une dépression un peu plus importante à l'extrados qu'à l'intrados alors que sur la moitié périphérique de la pale les pressions d'intrados et d'extrados restent parfaitement antisymétriques comme dans un écoulement plan.

2,54 Effet d'épaisseur

2,541 On développera un peu plus longuement l'étude de l'effet d'épaisseur qui n'a pas encore fait l'objet d'applications. Il s'agit de déterminer le squelette et le calage de profils épais dont on donne seulement la loi d'épaisseur, pour que leur portance soit nulle quand on les place dans un écoulement hélicoïdal.

2,542 *Conditions aux limites*

En dehors de la pale : puisque la circulation autour de chaque profil est nulle, il n'y a plus de sillage de tourbillons libres s'échappant du bord de fuite de la pale et l'aval se comporte alors exactement comme l'amont, c'est-à-dire qu'il suffit dans cette région d'assurer la continuité du potentiel par court-circuit des électrodes symétriques des deux nappes hélicoïdales.

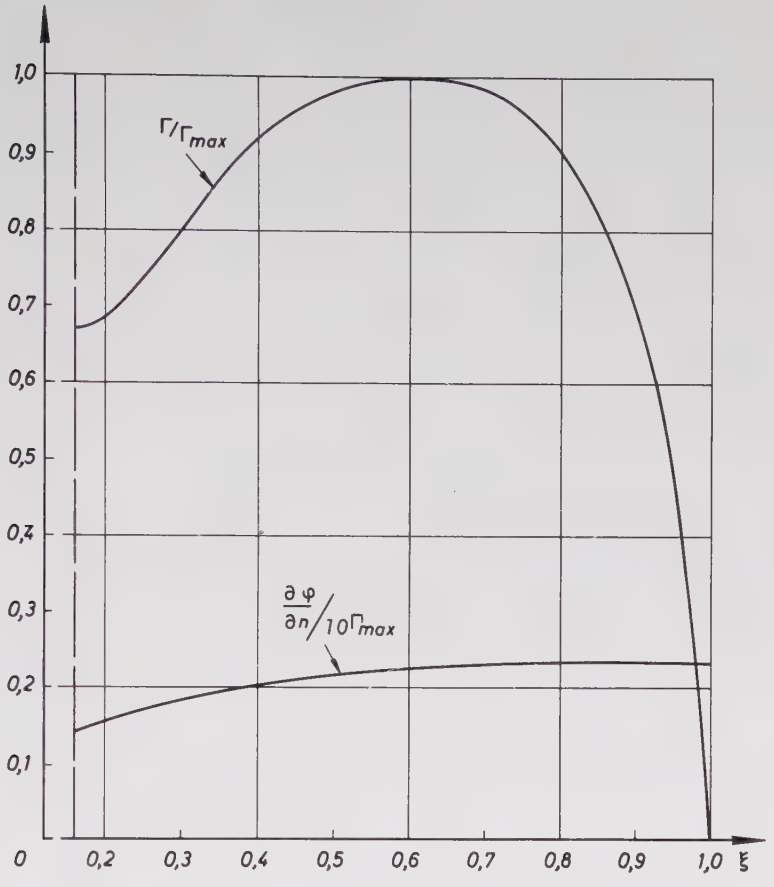


FIGURE 31

Sur la pale : si, en supposant le problème résolu, nous appelons e^+ l'ordonnée par rapport à la corde de l'extrados et e^- celle de l'intrados, nous avons la relation évidente :

$$e = e^+ - e^- = \int_{BA}^{\tau} (e_\tau^{+\prime} - e_\tau^{-\prime})\, d\tau$$

qui, en tenant compte des conditions de glissement à l'intrados et à l'extrados,

$$e_\tau^{+\prime} = \frac{\varphi_n^{\prime +}}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}},$$

$$e_\tau^{-\prime} = -\frac{\varphi_n^{\prime -}}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}},$$

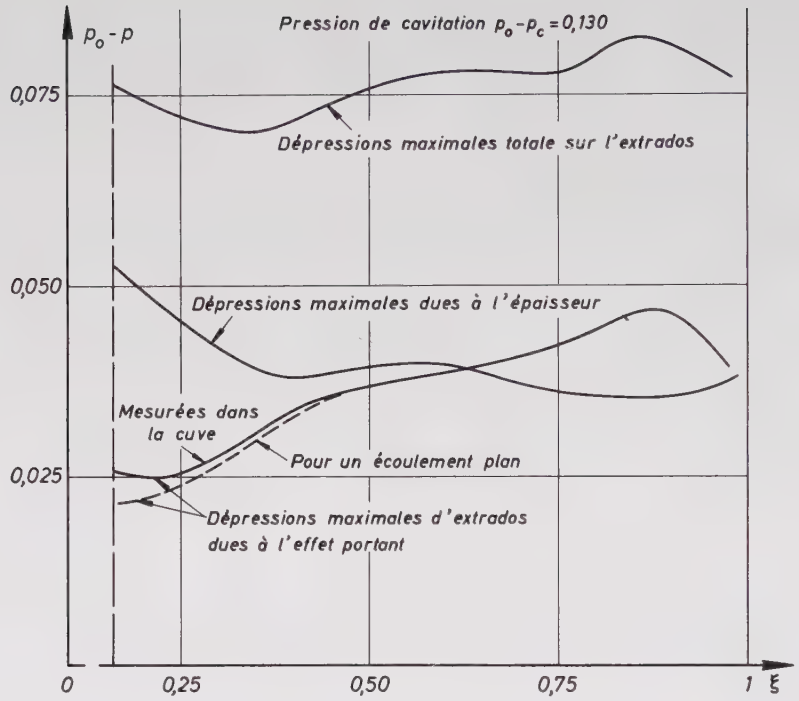


FIGURE 32

peut s'écrire :

$$e(\tau) = \int_{BA}^{\tau} \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}} (\varphi_n^{+\prime} + \varphi_n^{-\prime})\, d\tau. \tag{10}$$

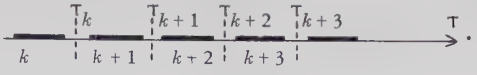
Dans la représentation analogique $\varphi = A\,V$ (V potentiel électrique), on a :

$$\varphi_n^{+\prime} = \frac{A\rho_e\, I_j^+}{\Delta\tau\, \Delta x} \quad , \quad \varphi_n^{-\prime} = \frac{A\rho_e\, I_j^-}{\Delta\tau\, \Delta x},$$

où I_j^+ et I_j^- sont les intensités électriques débitées par les électrodes d'intrados et d'extrados numérotées j sur une section donnée, la relation (10) peut donc s'écrire sous la forme de la somme finie suivante :

$$e(\tau_k) = \frac{\rho_e\, A}{\Delta x \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}} \sum_{j=0}^{k} (I_j^+ + I_j^-)$$

où les électrodes sont repérées conformément au schéma ci-dessous :



$e(\tau_k)$ étant connu, la façon la plus simple d'assurer la condition que nous venons d'établir est de supposer que les électrodes j d'intrados et d'extrados sont au même potentiel; ainsi, un seul fil alimente les deux électrodes, le courant I_j qui le traverse est relié à $e(\tau_k)$ par la relation :

$$e(\tau_k) = \frac{\rho_e A}{\Delta x \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}} \sum_{j=0}^{k} I_j ,$$

d'où l'on déduit :

$$I_k = \frac{\Delta x \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}{A \rho_e} [e(\tau_k) - e(\tau_{k-1})] .$$

La différence $e(\tau_k) - e(\tau_{k-1})$ est facile à déduire de la loi d'épaisseur donnée : les intensités I_k sont alors imposées au moyen de la méthode des grandes résistances. Le schéma d'alimentation est indiqué sur la *figure* 33. Soit C_k la conductance d'alimentation ; sa valeur maximale est fixée arbitrairement de façon que le potentiel en un point quelconque de la pale reste dans les limites de trois unités autour du zéro de l'échelle - 100, + 100 du pont de mesure, de telle sorte que :

$$I_k \cong \pm 100\, C_k .$$

On prend ces conductances telles que :

$$C_k = B \Delta x \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}\, [e(\tau_k) - e(\tau_{k-1})] .$$

B est une constante arbitraire, évaluée de façon que les conditions que nous venons d'indiquer soient satisfaisantes. A est alors défini par :

$$A = \frac{1}{100\, B \rho_e} .$$

De la mesure de I_k on déduit alors :

$$e^+(\tau_k) - e^+(\tau_{k-1}) = \frac{I_k^+}{100\, B \Delta x \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}},$$

ou enfin

$$e^+(\tau_k) = \frac{1}{100\, B \Delta x \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}} \sum_{j=0}^{k} I_j^+ .$$

Les profils définitifs sont ensuite dessinés en portant de part et d'autre de la ligne moyenne déterminée par l'effet portant, les valeurs de e^+ et e^- obtenues par la méthode que nous venons de décrire.

On a pu remarquer que l'effet d'épaisseur se traduit par une dissymétrie de e^+ et e^- surtout sensible dans les sections proches du moyeu et due, par conséquent, à un effet de grille : on trouvera *figure* 34 les pressions relevées dans une

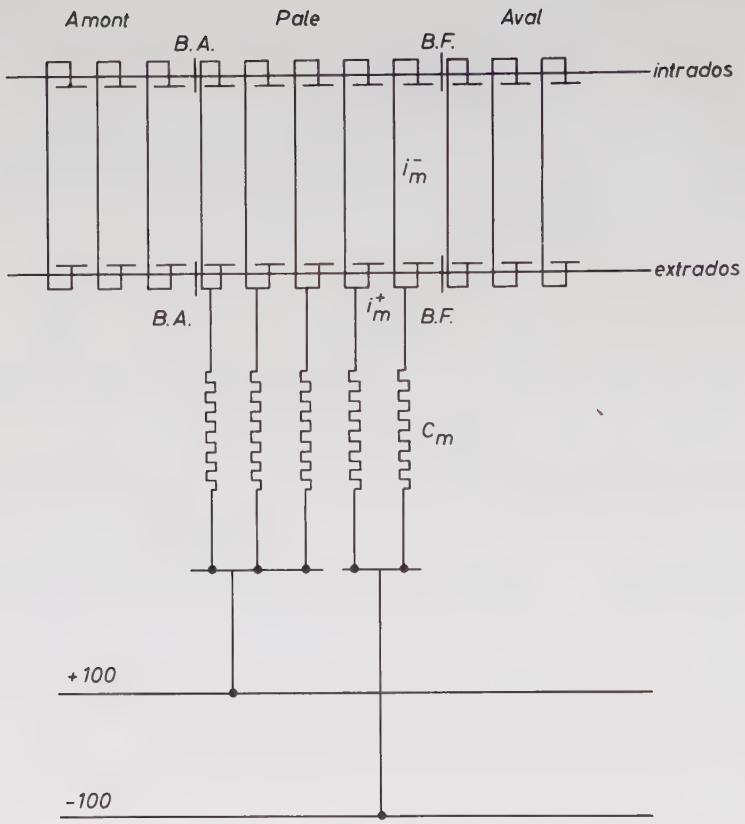


FIGURE 33 - Alimentation effet d'épaisseur

section d'extrémité, ainsi que l'évolution en envergure des maximums de dépression. La répartition des pressions diffère peu de celle du profil NACA 16 tout au moins dans la partie médiane du profil.

La *figure* 32 donne la répartition totale des pressions d'extrados en envergure, on voit qu'on a une marge de 40 % entre la dépression maximale sur les pales et la pression de cavitation. Enfin sur les *figures* 30 et 35 on trouvera le dessin complet de l'hélice.

2,55 Essais en bassin des carènes

2,551 *Essais en eau libre*

Le projet d'hélice ainsi constitué a été réalisé en modèle réduit de 0,25 m de diamètre et essayé au bassin des carènes de Paris avec une vitesse de translation de 2 m/s. On trouvera sur la *figure* 36 le diagramme d'essais du modèle. Le tableau suivant donne au point de fonctionnement prévu $\Lambda = 0{,}805$ les valeurs calculées et

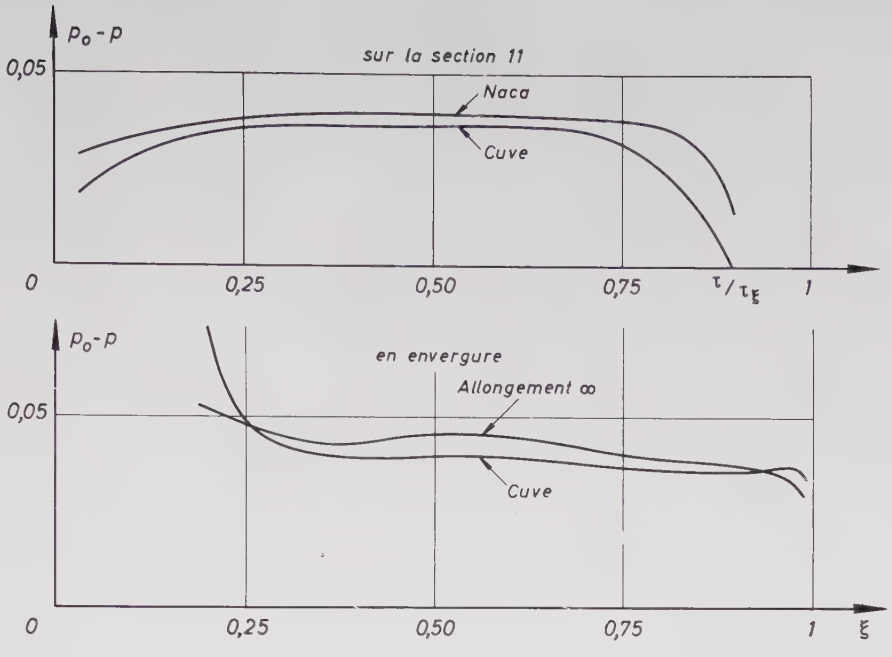


FIGURE 34 - Effet d'épaisseur - Répartition des dépressions

mesurées des différents paramètres. Les valeurs théoriques ont été évaluées pour un coefficient de résistance de profil de 0,006 :

	k_T	k_Q	η
Valeurs prévues	0,147	0,0258	9,370
Valeurs mesurées	0,148	0,0268	0,706

On voit que la poussée demandée a été sensiblement atteinte, mais l'écart sur l'estimation du rendement est important et assez étonnant puisque le rendement mesuré de la première hélice atteignait 74 % (*fig.* 36). Les essais ayant été faits dans deux bassins différents, nous avons d'abord pensé que les écarts constatés pouvaient être attribués aux moyens d'expérimentation ; pour en juger nous avons fait essayer au bassin de Paris un modèle du bassin de Wageningen ; cet essai, pour des raisons techniques, n'a pas été celui de l'hélice n° 1, mais celui tout à fait similaire de l'hélice calculée par une méthode classique dont nous avons parlé au début du chapitre. Les résultats de ces essais sont portés sur la *figure* 37 ; on voit qu'aucun écart notable n'apparaît entre les résultats, en particulier au point de fonctionnement qui nous intéresse : en conséquence, les écarts constatés ne peuvent être attribués aux moyens

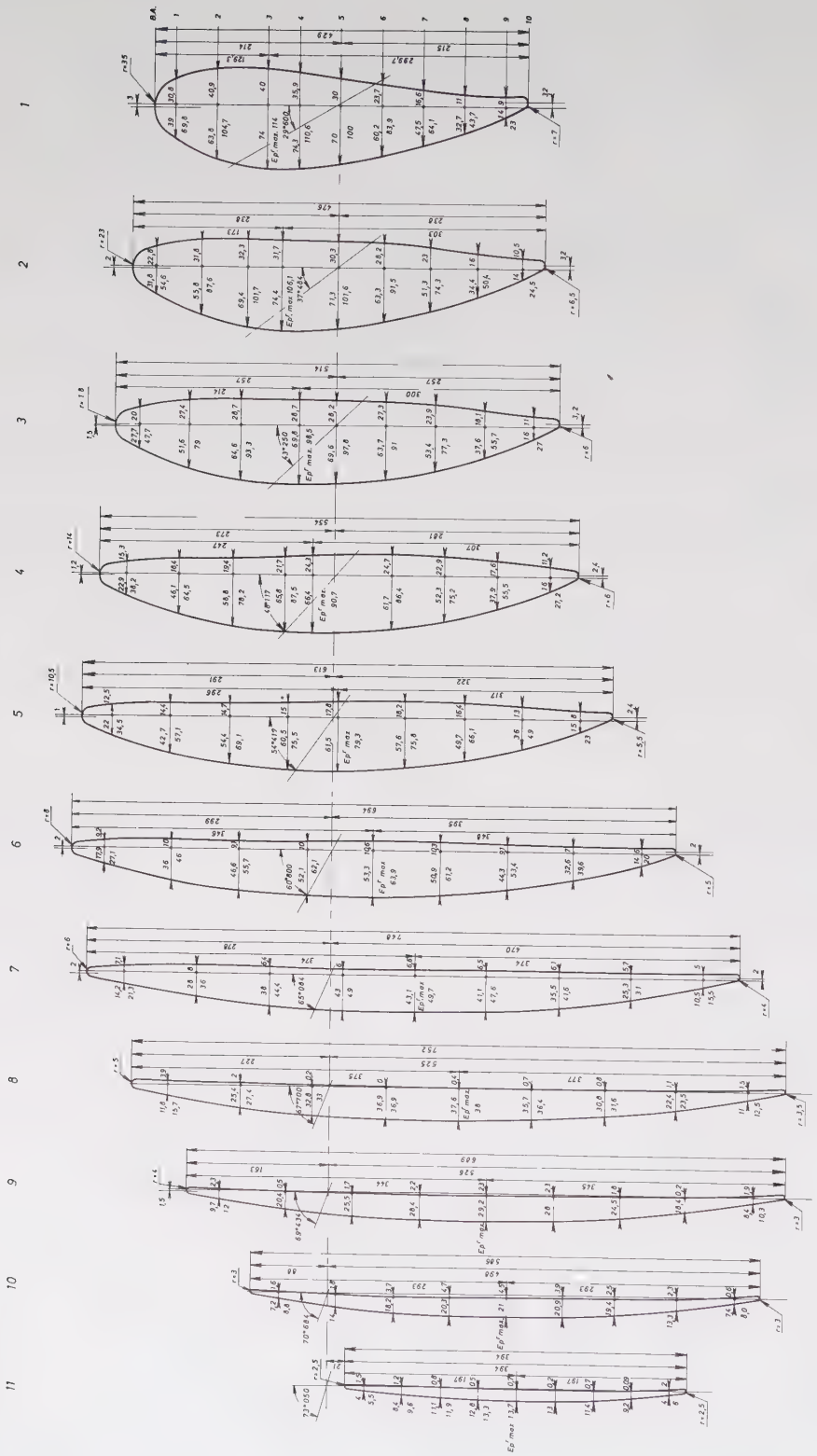


FIGURE 35

Abscisses des points où sont données les cotes des différentes sections, exprimées en mm à partir du bord d'attaque.

Sections	BA 1	2	3	4	5	6	7	8	9	BF 10
1	23,6	71,5	129,3	167	214,2	262	310	358	405	429
2	26,2	79,3	132,5	173	238,0	291	344	398	450	476
3	28,3	86,0	146	214	257	314	371	428	485	514
4	30,4	91,8	154	215	247	338	400	461	522	554
5	33,8	101,0	170	238	296	374	443	510	577	613
6	38,0	115,0	193	270	346	423	500	576	654	694
7	41,0	124,0	208	291	374	456	540	622	705	748
8	41,0	124	208	291	375	458	542	624	707	752
9	38,0	114	191	268	344	421	497	572	650	689
10	32,0	97	163	228	293	358	417	488	554	586
11	21,5	65	109,5	153	197	241	285	328	372	394

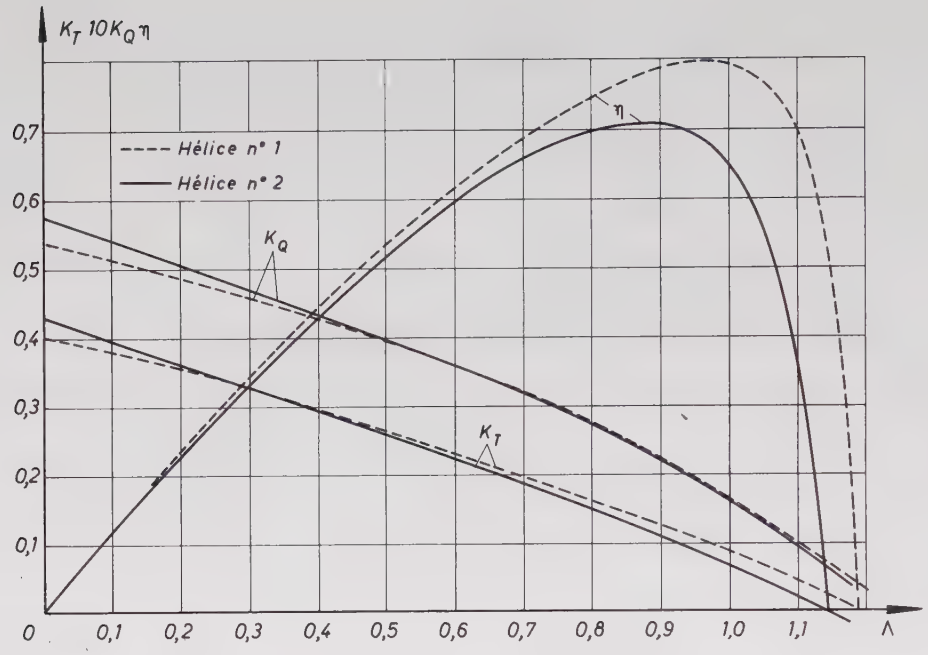


FIGURE 36

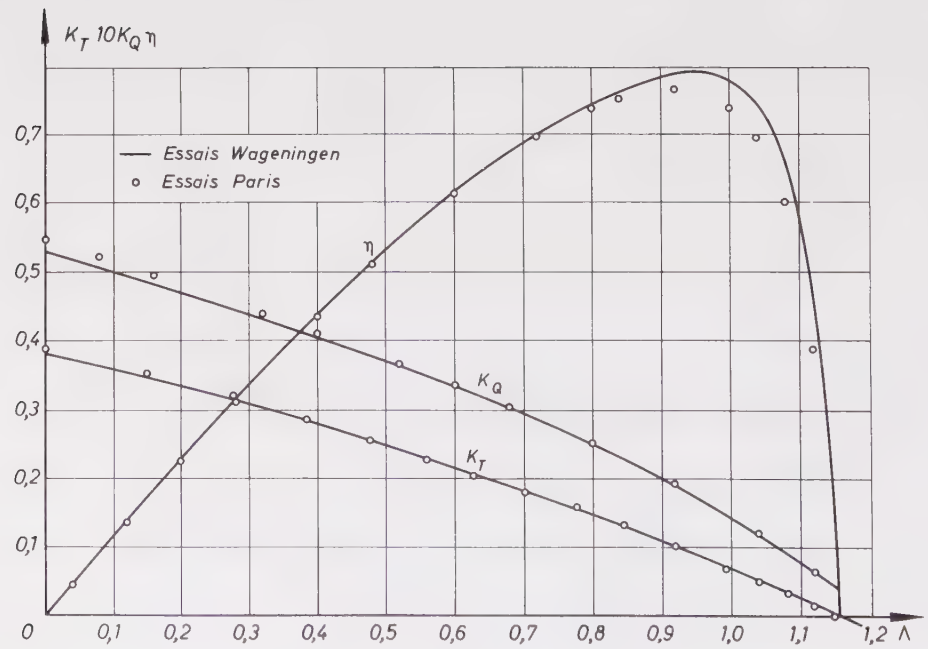


FIGURE 37

d'expérimentation. Une autre explication très vraisemblable de la baisse de rendement de l'hélice n° 2 peut résulter d'un effet d'échelle qui perturberait trés sensiblement les essais de cette hélice. Si l'on se réfère, en effet, aux indications données par VAN LAMMEREN (§ 82 [16]) la différence géométrique assez notable entre les profils des hélices essayées pourrait expliquer, pour des nombres de Reynolds assez bas, l'écart de leur comportement. Les profils de l'hélice n° 1 ont leur maximum d'épaisseur au 1/3 avant de la corde, «profil classique», alors que ceux de l'hélice n° 2 ont le leur au milieu de la corde, «profil circulaire».

Aux faibles nombres de Reynolds. auxquels correspondent les essais effectués, les caractéristiques de traînée peuvent varier notablement suivant la forme des profils ; il est probable que pour le «profil circulaire» on se trouve en régime laminaire et de transition (avec décollement laminaire) alors que le régime est déjà turbulent avec le profil classique. Si l'on se reporte, en effet, à la *figure* 38 [16] on voit que pour le nombre de Reynolds $R = \frac{nD^2}{\nu}, \frac{lm}{D} = 1{,}15.10^5$ correspondant aux essais effectués sur les deux hélices, avec la valeur de $\frac{s}{lm} \simeq 3$ l'hélice n° 1 doit fonctionner a peu près près complètement en régime turbulent alors que pour l'hélice n° 2 une moitié de la pale est encore en régime de transition. Dans de telles conditions il est vraisemblable, suivant [16], que la différence entre les rendements des deux hélices soit manifestement exagérée et que dans la réalité (nombre R plus élevé) ces performances soient trés voisines.

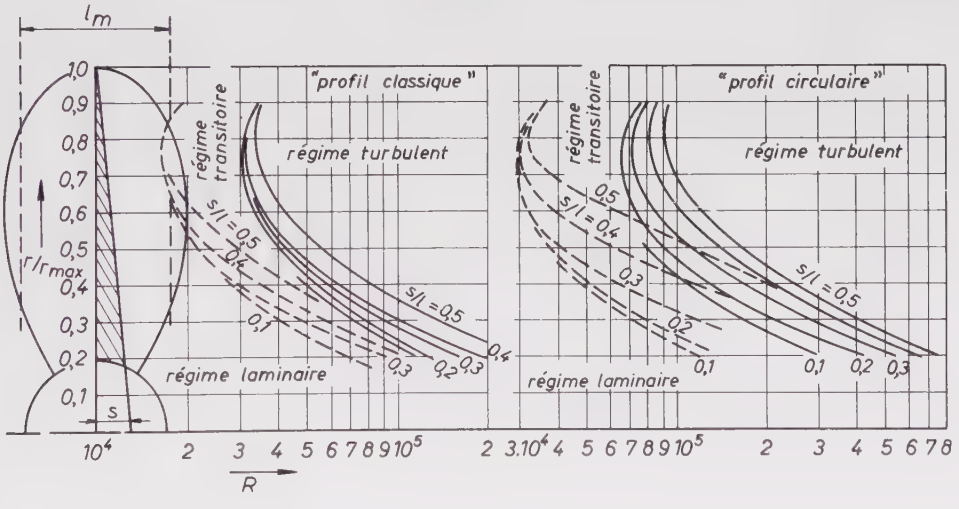


FIGURE 38 - Valeurs critiques du nombre de Reynolds pour les hélices suivant GUSTSCHE.

2,552 *Essais de cavitation*

La *figure* 39 relate les observations faites sur le modèle au cours des essais de cavitation effectués dans le tunnel spécial du bassin des carènes de la Marine nationale. La veine d'expérience a 0,80 m de diamètre, la vitesse de l'écoulement est voisine de 4 m/s et la teneur en air de l'eau est de 2,4 mg/l. La vitesse de rotation

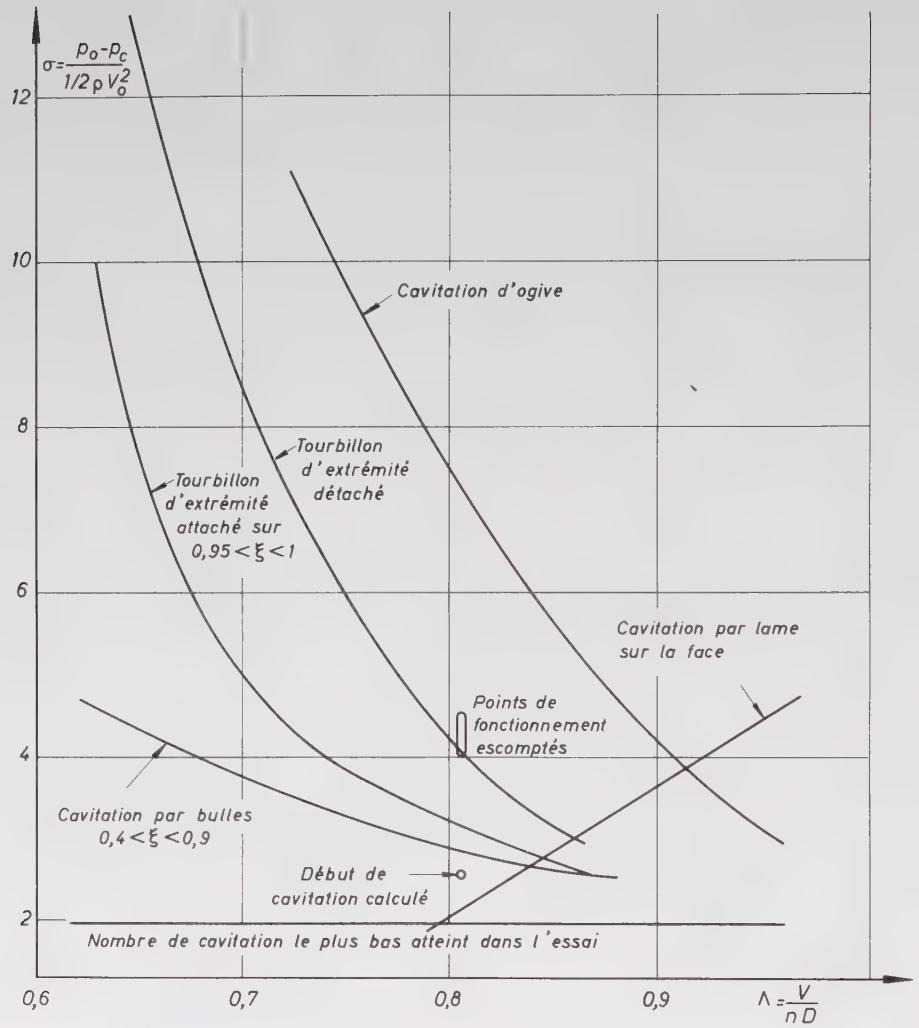


FIGURE 39 - Diagramme de cavitation de l'hélice n°2

et la pression du tunnel sont modifiées de façon à déterminer, par observation visuelle pour chaque valeur de λ les valeurs de $\sigma = \frac{P-P_c}{\frac{1}{2}\rho V_o^2}$ correspondant à l'apparition des différents types de cavitation.

On constate d'abord qu'au point de fonctionnement calculé l'hélice est exempte de cavitation, à l'exception toutefois de la cavitation d'ogive sur le moyeu, phénomène d'ailleurs prévisible puisque la circulation ne s'annule pas au moyeu et que, par conséquent, un tourbillon assez intense doit donc s'en échapper. La marge de sécurité

vis-à-vis de la cavitation par bulles et par tourbillon attaché sur le dos, ainsi que de la cavitation sur la face, est très satisfaisante.

Pour $0,7 < \Lambda < 0,9$ on n'observe aucune cavitation par lame sur le dos en dehors de la région extérieure ($0,95 < \xi < 1$) de la pale où le tourbillon d'extrémité s'attache.

Toutes ces constatations satisfaisantes semblent prouver que deux objectifs importants, contrôle des pressions et conditions d'«adaptation» ont été atteints et que le calcul analogique est susceptible d'apporter une solution efficace à la théorie de la surface portante de l'hélice.

CHAPITRE III

3 EXTENSION DE LA THEORIE DES SURFACES PORTANTES DE FAIBLE ALLONGEMENT AU CAS DU MOUVEMENT HELICOIDAL

3,1 INTRODUCTION

On sait que la théorie proposée pour rendre compte du fonctionnement aérodynamique des ailes de très faible allongement néglige dans l'équation du potentiel les dérivées par rapport aux variables «lentes» longitudinales au profit des seules variables transversales à l'écoulement principal; le problème tridimensionnel est ainsi réduit à un problème bidimensionnel avec des données tout à fait voisines de celles qu'on rencontre dans l'approximation de la ligne portante, valable au contraire pour les surfaces de grand allongement.

A notre connaissance aucune tentative d'application de cette méthode n'a été proposée pour les hélices propulsives qui pourtant, et particulièrement dans le cas des hélices marines, ont des ailes de faible allongement. Nous nous proposons, dans ce chapitre, d'effectuer cette extension de la théorie aux hélices et d'en donner quelques applications.

3,2 SCHEMA TOURBILLONNAIRE

L'écoulement de l'hélice est schématisé de la manière décrite dans le chapitre I et les mêmes hypothèses de linéarisation sont conservées.

3,3 DETERMINATION DU POTENTIEL

On admet, en suivant la méthode rappelée précédemment, que le potentiel varie lentement suivant la direction τ de l'écoulement relatif non perturbé, c'est-à-dire que sa dérivée φ'_τ est négligeable vis-à-vis des autres composantes de la perturbation, bien qu'évidemment elle ne puisse être nulle sur les pales elles-mêmes, où on doit vérifier *a posteriori* que sa loi de variation dans le sens de l'écoulement est analogue à celle de la variation de la largeur de la surface portante. L'abandon provisoire de φ'_τ introduit entre les survitesses la relation

$$\lambda \varphi'_z + \varphi'_\theta = 0$$

condition usuelle de symétrie hélicoïdale qui conduit pour le potentiel à l'équation de GOLDSTEIN

$$\varphi''_{\xi^2} + \frac{1}{\xi}\varphi'_{\xi} + \left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\xi^2}\right)\varphi''_{\zeta^2} = 0, \quad \zeta = \theta - z/\lambda.$$

La détermination du potentiel harmonique tridimensionnel est ainsi ramenée à la résolution d'un problème bidimensionnel dans le plan $\xi\zeta$, où les traces des surfaces tourbillonnaires sont des coupures radiales ($\zeta = 2K\pi/m$ pour K = 0, 1,..., m). La périodicité de φ et sa symétrie impaire de part et d'autre d'une coupure permettent de limiter l'étude du potentiel au domaine $0 \leqslant \zeta \leqslant \frac{\pi}{m}$ avec les conditions suivantes sur les frontières (*fig.* 40).

$$\begin{aligned}
&\zeta = \pi/m \quad &&: \varphi &&= 0,\\
&\zeta = 0,\ \xi > \xi_{max} &&: \varphi &&= 0,\\
&\xi = \infty &&: \varphi'_{\xi} &&= 0,\\
&\zeta = 0,\ \xi < \xi_{max} &&: \varphi_{(\xi)} &&= \varphi^{+}.
\end{aligned}$$

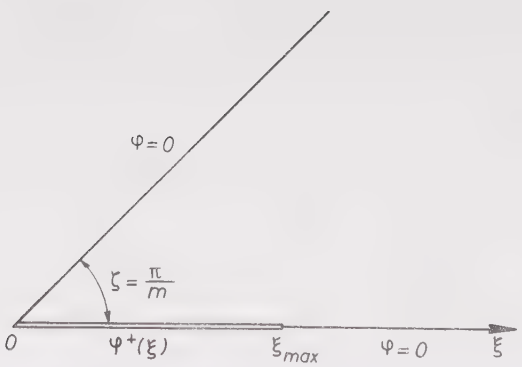


FIGURE 40

Sur la coupure $\zeta = 0$, $\xi < \xi_{max}$, les conditions à imposer dépendent du problème à traiter : on peut avoir des conditions portant, soit sur le potentiel soit sur sa dérivée normale, déduite par exemple de la condition de glissement. Sur le sillage la condition de continuité de la pression et la symétrie impaire du potentiel imposent $\varphi'_{\tau} = 0$, donc à partir du bord de fuite de la pale le potentiel ne varie plus. En tout point extérieur au sillage et aux pales le potentiel est nul par raison de symétrie.

Pour calculer une hélice on repérera donc un certain nombre de secteurs hélicoïdaux sur la pale, de la façon indiquée, pour un contour arbitraire, sur la *figure* 54. Ensuite on résout successivement dans le plan $\xi\zeta$ les problèmes définis par les conditions aux limites propres à chacune des tranches. En amont de la ligne radiale de longueur maximale $\xi = 1$, le domaine extérieur au contour est atteint pour une valeur de ξ $\xi_{max} < 1$, dans ces tranches pour $\xi > \xi_{max}$ on aura donc $\varphi = 0$; en aval pour les valeurs $\xi_{max} < \xi < 1$ on atteint le sillage de la pale, dans cette région les potentiels sont égaux aux potentiels des points du bord d'attaque situés en amont, pour les dernières tranches où les conditions aux limites dépendent des tranches précédentes, il est nécessaire d'effectuer les calculs de l'amont vers l'aval.

3,4 RESOLUTION DE L'EQUATION DE GOLDSTEIN

3,41 Principe de la résolution

L'équation de GOLDSTEIN a été résolue analytiquement dans le cas d'une répartition optimale de potentiel [18], [19], [20]. Des cuves rhéoélectriques calculatrices des solutions générales ont par la suite été mises au point par R. SIESTRUNCK [21], [11] ; bien qu'elles fussent utilisables dans le problème présent, nous avons préféré renoncer à leur maniement peu souple et construire des réseaux électriques spécifiques ayant les mêmes possibilités de calcul et une stabilité d'emploi accrue.

Pour pouvoir représenter les solutions de l'équation de GOLDSTEIN par analogie au potentiel électrique d'un réseau de conductances, nous l'écrivons sous forme d'une condition de continuité, avec la variable radiale $\mu = \xi/\lambda$ déjà utilisée :

$$\frac{\partial}{\partial \mu}\left(\mu \frac{\partial \varphi}{\partial \mu}\right) + \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2}\left(\mu + \frac{1}{\mu}\right)\varphi = 0. \tag{12}$$

En remplaçant les dérivées de φ dans (12) par leur développement limité dans deux directions (*fig.* 41) autour d'un point 0 on aboutit à la relation :

$$\mu_{01} \frac{2}{a(a+a')}(\varphi_1 - \varphi_0) + \mu_{03} \frac{2}{a'(a+a')}(\varphi_3 - \varphi_0) \tag{13}$$

$$+ \left(\mu + \frac{1}{\mu}\right)_{02} \frac{2}{\beta(\beta+\beta')}(\varphi_2 - \varphi_0) + \left(\mu + \frac{1}{\mu}\right)_{04} \frac{2}{\beta'(\beta+\beta')}(\varphi_4 - \varphi_0) = 0,$$

où les indices 01, 02, ... indiquent qu'il s'agit de la valeur moyenne de la quantité indicée entre les points 0 et 1, 0 et 2, ...

Cette relation devra être satisfaite en chacun des nœuds du quadrillage du domaine de définition de φ indiqué sur le schéma de la *figure* 42 où a, a' sont les distances radiales et β, β' les pas angulaires des nœuds successifs. Si on considère maintenant un réseau de conductances C_i recouvrant le quadrillage dont les nœuds sont à des potentiels V_k la loi de KIRCHOFF s'écrira au nœud d'indice zéro (*fig.* 43) :

$$C_1 (V_1 - V_0) + \ldots \qquad + C_4 (V_4 - V_0) = 0 ;$$

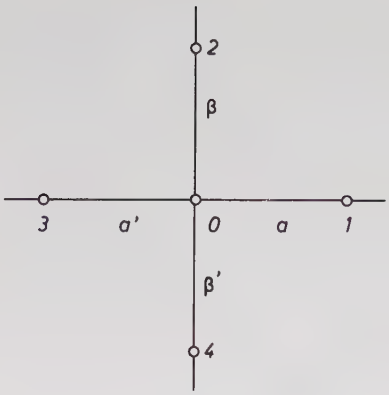


FIGURE 41

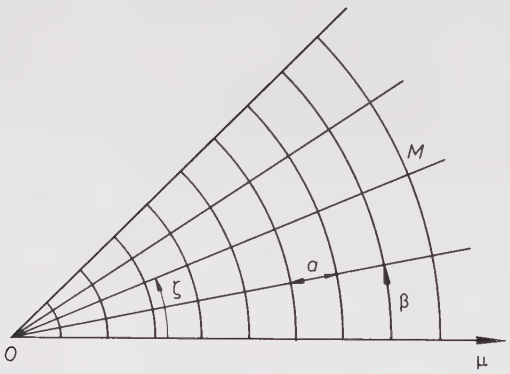


FIGURE 42

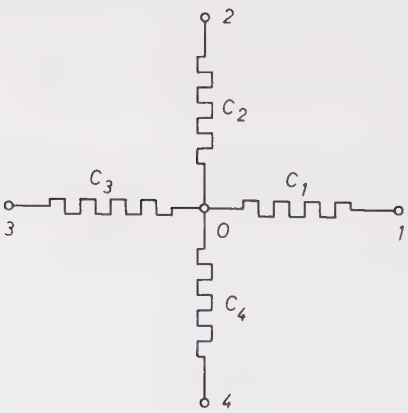


FIGURE 43

l'identification de cette relation avec (13) est immédiate et détermine à la constante multiplicative C près, les valeurs des conductances du réseau :

$$C_1 = \frac{\beta + \beta'}{2a} \mu_{01} C \quad , \quad C_3 = \frac{\beta + \beta'}{2a'} \mu_{03} C$$

$$C_2 = \frac{a + a'}{2\beta} \left(\mu + \frac{1}{\mu}\right)_{02} C \quad , \quad C_4 = \frac{a + a'}{2\beta'} \left(\mu + \frac{1}{\mu}\right)_{04} C$$

Deux réseaux ont été construits avec $C = 9{,}16 \cdot 10^{-5}$ mho/radian pour le réseau 1 et $C = 4{,}58 \cdot 10^{-5}$ mho/radian pour le réseau 2 ; leur schéma général et les valeurs de leurs résistances sont données sur les *figures* 44 et 45.

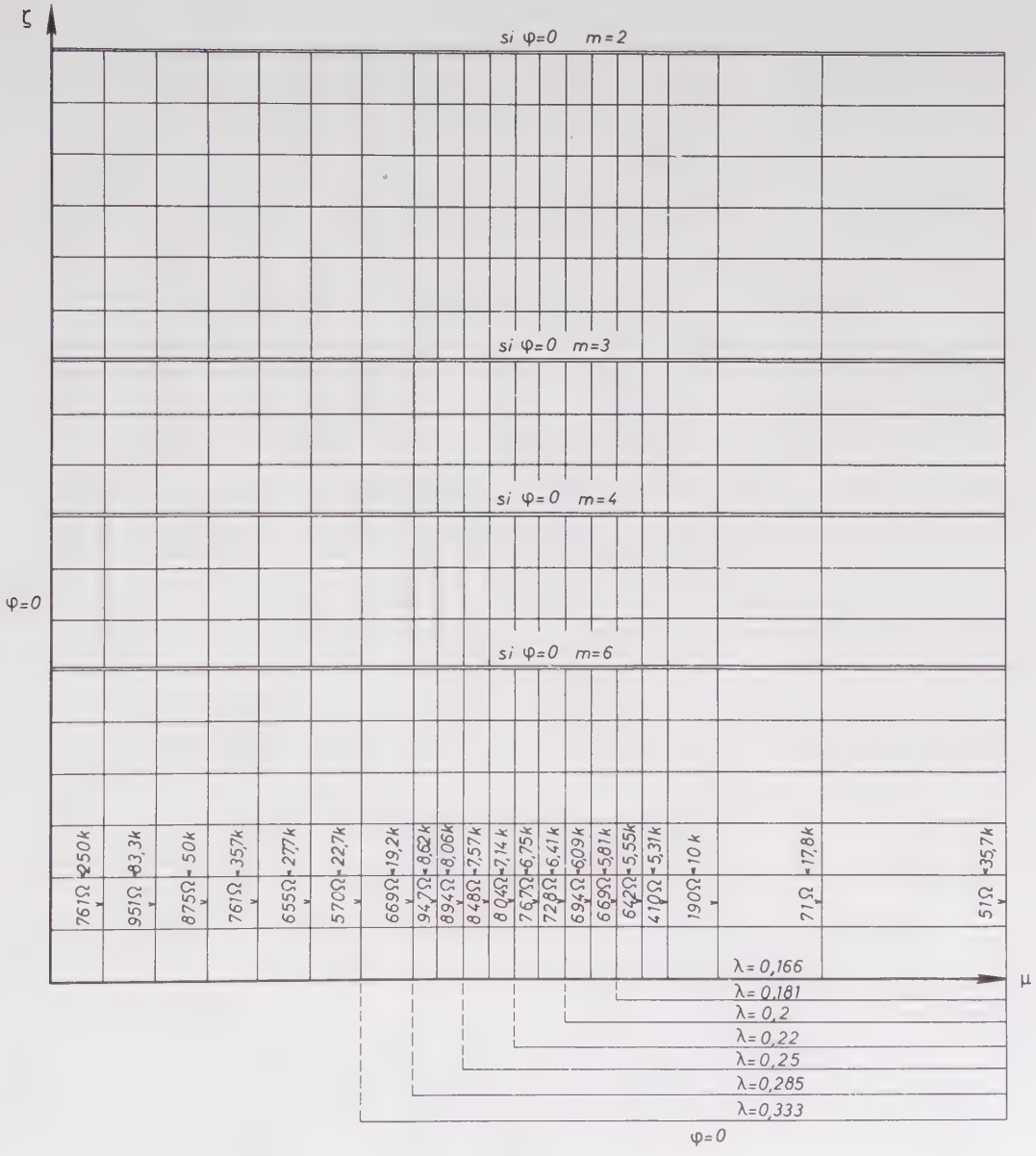


FIGURE 44 - Réseau n°1 : valeurs des résistances.

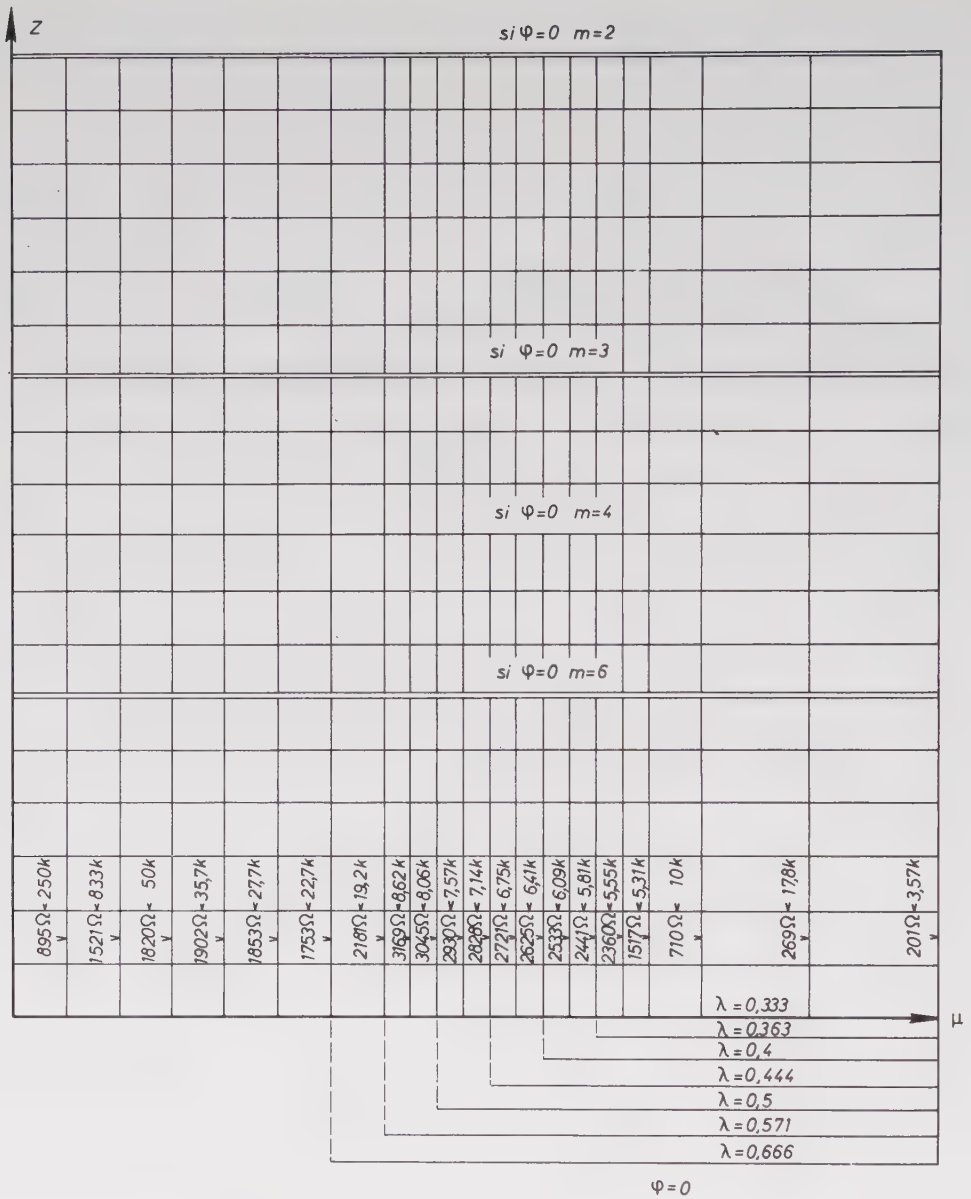


FIGURE 45 - Réseau n°2 : valeurs des résistances.

3,42 Variation des paramètres

3,421 *Variation du paramètre de fonctionnement*

Les réseaux sont utilisables pour différentes valeurs de λ en faisant varier la largeur μ_{max} de la coupure représentative de la pale ; en effet :

$$\mu_{max} = \frac{1}{\lambda} = n\,d$$

n est un nombre entier, d l'unité de largeur des mailles ; il vient donc $\lambda = \frac{1}{nd}$ et suivant le nombre de mailles qu'on aura utilisé pour représenter la coupure, le réseau fonctionnera pour des valeurs distinctes de λ. Pour représenter une gamme assez étendue du paramètre de fonctionnement il est nécessaire afin d'éviter une augmentation trop grande du nombre de mailles, de construire deux réseaux comportant un nombre raisonnable de mailles. Avec $d = 0{,}5$ pour le réseau 1 et 0,25 pour le réseau 2, on peut décrire une vingtaine de valeurs de λ comprises entre 0,167 et 0,666 pour des nombres de mailles variant, sur chaque réseau, de 12 à 6 ; on couvre ainsi sensiblement le domaine des paramètres de fonctionnement utilisés pour les hélices marines.

3,422 *Variation du nombre de pales*

L'influence du nombre de pales peut être obtenue simplement par variation de la dimension verticale du réseau puisque l'angle du secteur circulaire formant le domaine d'étude est défini par π/m. Il suffit d'avancer ou de reculer la ligne de potentiel formant la frontière supérieure pour obtenir un réseau correspondant à un nombre de pales donné.

Pour les réseaux 1 et 2, on a choisi $\beta = 5°$, ce qui permet de calculer des hélices de 2, 3, 4 et 6 pales en utilisant respectivement 18, 12, 9 ou 6 mailles verticales.

3,423 *Variation du moyeu*

Les réseaux sont représentés avec un moyeu nul. Il est cependant possible d'introduire un moyeu s'étendant de l'infini aval à l'infini amont ; la condition aux limites sur un tel moyeu est simple puisque φ'_ξ est nul et qu'il suffit par conséquent pour le représenter de couper la partie latérale du réseau au point correspondant à la grandeur relative du moyeu par rapport au rayon de l'hélice. Comme on introduit une nouvelle frontière, il faut alors veiller à ce que les résistances verticales constituant celle-ci soient doublées [22] ce qui complique un peu le montage.

3,424 Le réseau a d'abord été monté sur les panneaux de résistances couramment utilisés au Centre de Calcul Analogique ; il a été réalisé ensuite sous forme d'un petit calculateur (*fig.* 46) qui permet un changement rapide des différents paramètres d'utilisation (paramètre de fonctionnement, nombre de pales, dimension du moyeu). Le réseau, lui-même, est incorporé à l'intérieur du calculateur et constitué de résistances spécialement étalonnées. Indépendamment de leur emploi dans l'étude actuelle, ces réseaux ont été largement utilisés pour calculer en ligne portante les performances d'hélices aériennes à pas variable.

3,43 Aménagement de l'extrémité de la coupure

Les répartitions de circulation en envergure présentent généralement une pente infinie au bout de la pale, il existe donc au point $\zeta = 0$, $\mu = 1/\lambda$ une singularité. HUARD DE LA MARRE [22] a montré comment on pouvait dans le cas de singularité dans un réseau cartésien plan, améliorer la précision de la représentation du potentiel autour de ce point. Supposant comme lui que le potentiel varie comme $\sqrt{\mu - 1/\lambda}$ dans cette région nous sommes arrivés, malgré la différences des problèmes traités, à la même correction : les conductances qui aboutissent au nœud de singularité doivent être prises égales aux 2/3 de leur valeur initialement calculée. Dans le même souci d'améliorer la précision en bout de pale, on a serré le maillage dans cette région en prenant a égal à la moitié de l'unité de maille d.

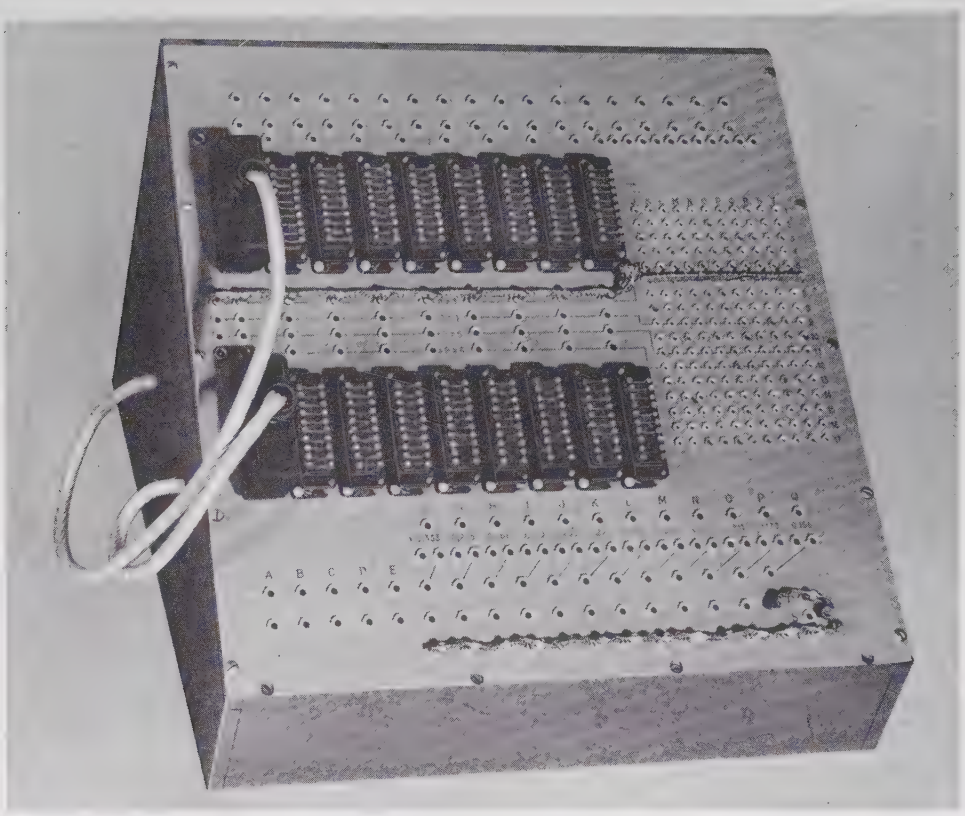


FIGURE 46

3,44 Alimentation de la coupure

Si on considère le nœud de résistances d'indice zéro situé au bord de la coupure (*fig.* 47) et alimenté par l'intensité I_0, la loi d'OHM s'écrit en ce nœud :

$$-I_0 = C_2 (V_2 - V_0) + C_1 (V_1 - V_0) + C_3 (V_3 - V_0)$$

en portant dans cette expression le développement de TAYLOR du second ordre de $V_2 - V_0$, puis en remplaçant $V''_{\zeta 2}$ par sa valeur tirée de l'équation de GOLDSTEIN et enfin en effectuant le développement limité de $\frac{\partial}{\partial \mu} (\mu \frac{\partial V}{\partial \mu})$ il vient :

$$-I_0 = C_2 \beta V'_\zeta - \frac{C_2}{2} \beta^2 \frac{1}{\mu + \frac{1}{\mu}} \left[\mu_0 \frac{2}{a (a + a')} (V_1 - V_0) + \mu_{03} \frac{2}{a' (a + a')} (V_3 - V_0) \right]$$

$$+ C_1 (V_1 - V_0) + C_3 (V_3 - V_0).$$

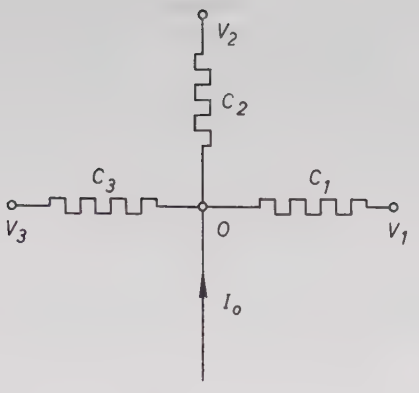


FIGURE 47

Si on remplace C_1, C_2 et C_3 par leurs expressions en fonction de β, a et a' il reste :

$$I_0 \equiv - C_2 \beta V'_\zeta .$$

Relation qui lie la dérivée normale (électrique ou aérodynamique) aux intensités injectées aux nœuds de la coupure et qui généralise celle qui avait été établie pour un réseau plan [22]. Il est donc possible de satisfaire, par une alimentation convenable de la coupure, aux conditions aux limites usuelles reliant le potentiel φ à sa dérivée normale à l'hélicoïde :

$$\varphi'_n = - \frac{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}{\lambda \xi} \varphi'_\zeta .$$

3,45 Vérification du réseau sur le calcul d'une pale hélicoïdale

Il a paru intéressant d'étudier une hélice formée de pales hélicoïdales à longues cordes, cas homologue de la plaque plane pour les ailes. Soit $z = K\theta$ l'équation de la pale ; par rapport à son sillage $z = \lambda\theta$, elle a l'incidence :

$$i = \frac{\xi (K - \lambda)}{\xi^2 + \lambda^2}$$

qui se traduit par la condition de glissement

$$\varphi'_n = \frac{(K - \lambda) \xi}{\sqrt{\xi^2 + \lambda^2}} .$$

Comme on pouvait le prévoir à partir des résultats de la théorie de l'aile on trouve une loi de vitesse normale affine de la loi optimale de la théorie de la ligne portante ; les courbes de circulation obtenues par GOLDSTEIN sont donc directement utilisables dans ce cas. C'est donc en imposant une telle répartition que nous avons vérifié le réseau, le potentiel φ correspondant était en fait tiré des tables de KRAMER [16] par la relation :

$$\varphi = \lambda\,(K - \lambda)\frac{\Gamma}{m}g\,.$$

La *figure* 48 montre le bon accord entre les courbes analogiques obtenues et les valeurs théoriques.

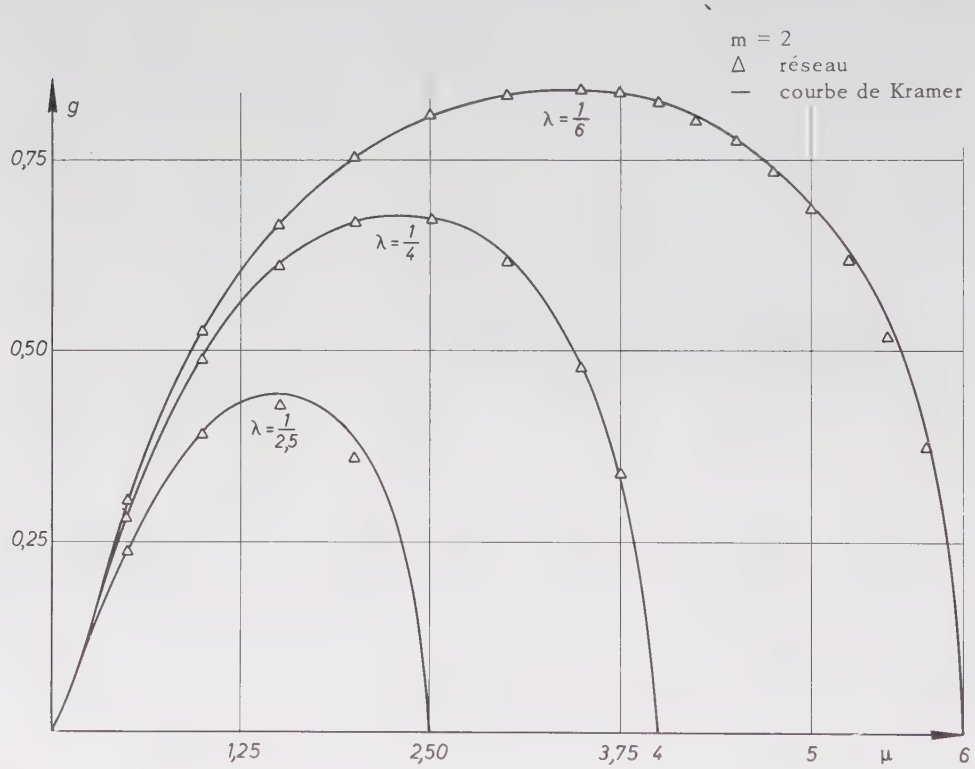


FIGURE 48 - Circulation optimale

3,5 APPLICATION DE LA METHODE DES GRANDS ALLONGEMENTS A QUELQUES PROBLEMES INVERSES

3,51 La théorie précédente permet la résolution aisée des problèmes inverses (détermination de la ligne moyenne d'un profil répondant à une certaine distribution de pression). Dans les exemples qui vont suivre nous avons choisi un contour particulièrement simple puisque la solution ne demande même pas l'utilisation du réseau analogique. Il s'agit d'un contour se projetant suivant un secteur circulaire tel que nous l'avons déjà défini au chapitre II ; l'utilisation de la méthode pour d'autres contours n'est évidemment pas exclue.

Il semble qu'une méthode simple, faisant intervenir d'une certaine façon le caractére tridimensionnel de l'écoulement soit intéressante pour la détermination de la forme ou de la flèche des profils, puisque la principale faiblesse de la théorie de la ligne portante quand on l'applique à des pales très larges est qu'elle ne donne aucune indication complémentaire sur l'écoulement autour des profils eux-mêmes, dont les caractéristiques aérodynamiques utilisées sont exclusivement bidimensionnelles et globales.

Nous introduisons au préalable, comme au paragraphe 2,415, le coefficient de correction de cambrure K_c qui est utilisé communément dans certaines méthodes de calcul d'hélices de grande largeur de pale [8], [23], [24] et défini par:

$$K_c = f_{eff} / f_{géom}.$$

La petite énvergure de la pale ayant pour effet de diminuer l'efficacité de la cambrure des profils, K_c est généralement plus petit que l'unité. Nous avons déterminé pour deux répartitions de pression différentes ce facteur de correction, bien que son intérêt en soit réduit du fait que nous pouvons déterminer complètement la forme de la ligne moyenne. Ces résultats nous serviront cependant d'éléments de comparaison.

3,52 Coefficient de correction de cambrure pour une répartition de pression constante en corde.

3,521 La pression étant directement liée à la survitesse tangentielle, on passe facilement d'une répartition de pression donnée à une répartition de potentiel sur la pale, qui se trouve complètement déterminée par sa condition de nullité au bord d'attaque et par sa distribution au bord de fuite. On prendra pour cette dernière la circulation optimale qui est définie, comme on sait, par la relation :

$$\varphi'_n = \frac{A\,\xi}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}} \tag{14}$$

et dont il existe des tables numériques étendues [18], [19] (A est une constante d'affinité dépendant de la charge de l'hélice).

Une répartition de pression constante sur la corde impose donc φ'_T constant, soit pour φ une répartition linéaire

$$\varphi = a\,\varphi_{BF}$$

avec $a = \frac{\tau}{\tau_\xi}$ où τ_ξ est la longueur d'une corde au rayon ξ(1).

Comme a reste constant dans une tranche radiale, on voit que les répartitions de circulation dans chaque tranche se déduisent par affinité de la circulation au bord de fuite. Il en est de même pour φ'_n qui, par conséquent, est connu en tout point de la pale, sans calcul particulier.

$$\varphi'_n = \frac{a\,A\,\xi}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}$$

en portant cette valeur de φ'_n dans la condition de glissement, on obtient la pente y' de la ligne moyenne du profil,

$$y' = \frac{a\,A\,\xi}{\xi^2 + \lambda^2},$$

(1) Il ne peut y avoir d'ambiguïté entre la lettre a utilisée ici et la même lettre utilisée dans le calcul du réseau.

d'où l'ordonnée de cette ligne :

$$y = \tau_\xi \int_{\tau_\xi}^{\tau} y' \, da = \tfrac{1}{2} \tau_\xi \frac{A\,\xi}{\xi^2 + \lambda^2} (1 - a^2)$$

qui a la forme d'un arc de parabole.

Si Y est la flèche du profil (*fig.* 49) au milieu de la corde nous pouvons écrire, puisque i_i est, par hypothèse, petit :

$$Y = y - y_2 ,$$

soit

$$Y = \frac{\tau_\xi}{8} \frac{A\,\xi}{\xi^2 + \lambda^2},$$

ou

$$f_{géom} = \frac{Y}{\tau_\xi} = \frac{A\,\xi}{8(\lambda^2 + \xi^2)}.$$

La flèche d'un profil bidimensionnel adapté à la même répartition de pression est donnée à portance égale par

$$f_{eff} = \frac{A\,\lambda\,lg^2\,g}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}\,\tau_\xi\,m}$$

où g est le coefficient de circulation optimale donné par KRAMER [18] et tel que :

$$\Gamma = \frac{2\,\pi\,\lambda}{m} A\,g$$

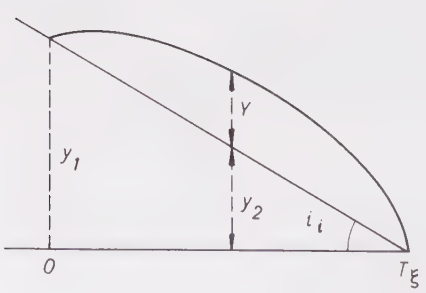


FIGURE 49

Il vient donc :

$$K_c = \frac{f_{eff}}{f_{géom}} = \frac{8\,\lambda\,lg2\,g\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}{m\,\xi\,\tau_\xi}$$

ou encore en introduisant l'angle Θ du secteur circulaire de projection :

$$K_c = \frac{8\,lg2\,\lambda\,g}{m\,\xi\,\Theta}$$

on trouvera sur la *figure* 50 différentes répartitions de ΘK_c en envergure pour différents nombres de pales et paramètres de fonctionnement.

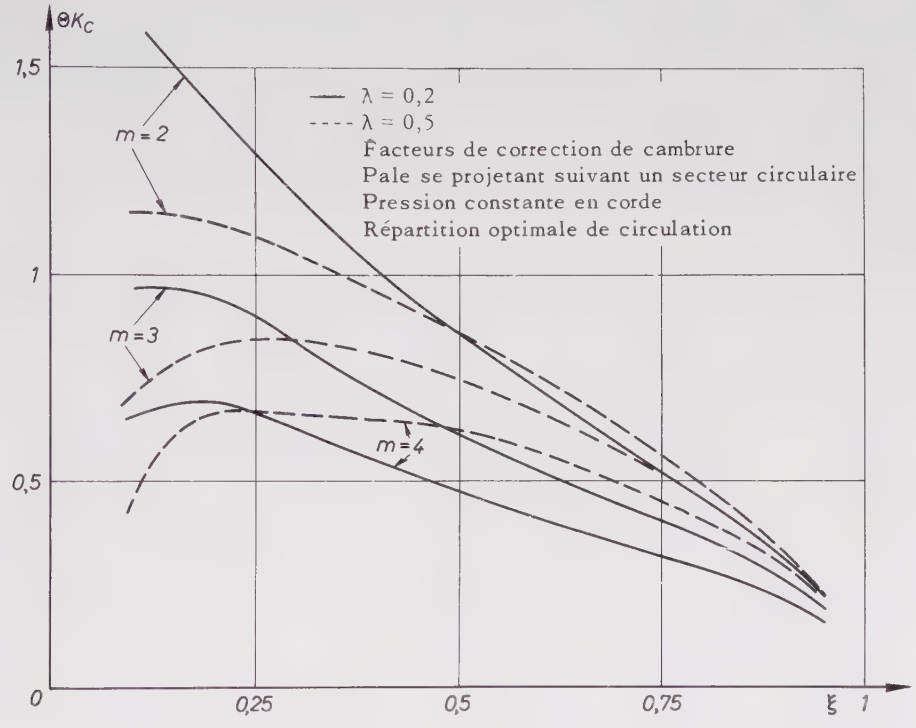


FIGURE 50

3,522 *Angle induit*

Le profil d'allongement infini défini dans les mêmes conditions de pression et de portance que le profil de la pale de faible allongement a sa corde placée dans la direction du vent à l'infini, nous appellerons donc angle induit l'angle i_i de la corde avec l'hélice développée de pas λ.

Cet angle est exprimé par :

$$i_i = \tfrac{1}{2}\,\frac{A\,\xi}{\lambda^2 + \xi^2}$$

la théorie de la ligne portante appliquée au profil qui vient d'être défini donnerait comme angle induit :

$$i_i = \tfrac{1}{2} \frac{\varphi'_n}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}$$

puisque la vitesse normale induite sur la pale est moitié de la vitesse φ'_n induite à l'infini aval. La répartition de circulation restant la même, φ'_n a la forme (14) et :

$$i_i = \tfrac{1}{2} \frac{A\,\xi}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}$$

Les deux théories donnent donc le même angle incident pour le calage des profils.

3,53 Coefficient de correction de cambrure pour une distribution parabolique de pression

A titre de comparaison nous avons calculé la ligne moyenne d'un profil adapté à une autre répartition de pression.

La vitesse tangentielle imposée a pour forme :

$$\varphi'_\tau = \frac{6\,\varphi_{BF}}{\tau_\xi}\, a\,(1 - a),$$

soit :

$$\varphi = (3 - 2a)\, a^2\, \varphi_{BF}$$

ou :

$$\varphi'_n = a^2\,(3 - 2a)\,\varphi'_{nBF}$$

qui donne l'incidence élémentaire :

$$y' = \frac{a^2\,(3 - 2a)\,A\,\xi}{\lambda^2 + \xi^2}$$

et l'ordonnée de la ligne moyenne :

$$y - \frac{A\,\xi}{\xi^2 + \lambda^2}\, \tau_\xi\, (\tfrac{1}{2} - a^3 + \frac{a^4}{2});$$

on obtient comme précédemment la flèche :

$$f_{géom} = \frac{5}{32}\, \frac{A\,\xi}{\lambda^2 + \xi^2}.$$

La flèche efficace est donnée par :

$$f_{eff} = \frac{\lambda\,A}{\pi\tau_\xi \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}\, \frac{(\lg 2 - \tfrac{1}{4})\, g}{m},$$

d'où le facteur de correction :

$$K_{c_1} = \frac{32\,\lambda\,(\lg 2 - \frac{1}{4})\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}\; g}{5\; m\; \xi\; \tau_\xi};$$

on peut remarquer que :

$$K_{c_1} = \frac{32\,(\lg 2 - \frac{1}{4})}{5\,.\,8\,\lg 2}\,K_c = 0{,}51\;K_c\,.$$

Le coefficient de correction se déduit simplement par affinité de valeur 0,51 des valeurs du coefficient de correction trouvé pour une répartition constante de pression. Si les facteurs de correction de courbure diffèrent notablement, par contre les lignes moyennes diffèrent peu, comme on peut le voir sur la *figure* 51. Les angles induits restent les mêmes.

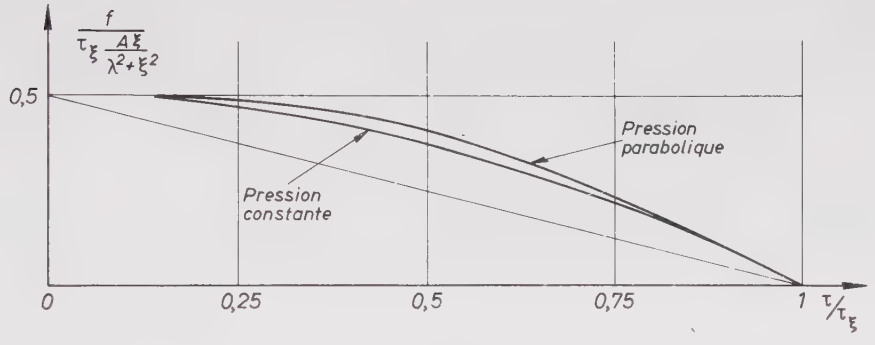


FIGURE 51

3,6 ESSAI DE COMPARAISON DES METHODES DES FAIBLES ALLONGEMENTS ET DE LA LIGNE PORTANTE

Nous considérerons une hélice tripale de forme en plan elliptique. Les profils supposés rectilignes sont calés de la manière suivante (obtenue pour une hélice de fraction de surface $\Phi = 0{,}2$ adaptée au fonctionnement optimal pour $\lambda = 2/8$).

ξ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
α	74°54	60°28	48°53	40°19	34°4	29°21	25°46	22°58	20°45

Nous avons déterminé par la théorie de la ligne portante les courbes de traction pour des hélices de même forme et de même loi de calage, mais de différentes fractions de surface développée ; les tractions ont été rapportées à Φ et ont été représentées (*fig.* 52) en fonction de $\chi = \Phi^{-1}$ assimilable à un allongement.

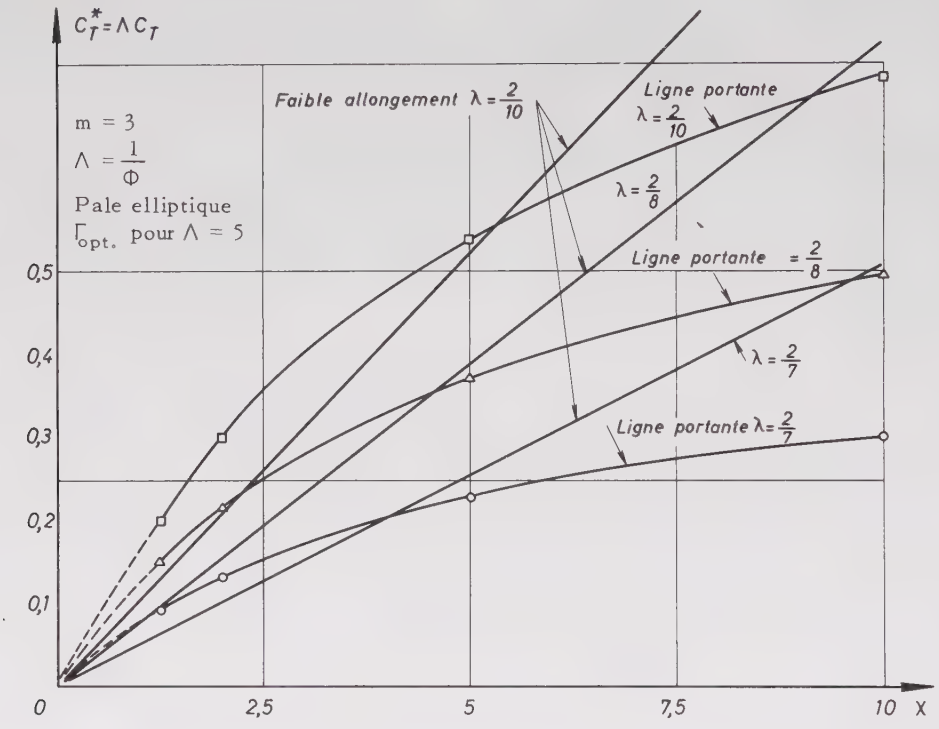


FIGURE 52

Pour une telle famille d'hélices, nous n'obtenons avec la méthode des faibles allongements qu'une seule valeur de C_T pour un λ donné et leur caractéristique, avec les variables précédentes, est donc linéaire.

Un tel graphique est analogue a celui que l'on établit dans la théorie des ailes afin de comparer les pentes dC_z/di de la courbe de portance donnée en fonction de l'allongement par les différentes théories, et d'établir les domaines de validités de celles-ci.

Il ne nous a pas été possible de calculer les mêmes courbes par la théorie de la surface portante. Le graphique de la *figure* 52 ne donne que des indications partielles ; cependant, à la lumière de ce que nous avons constaté au paragraphe 2,425, nous pouvons dire que ces résultats se placeraient entre la droite des faibles allongements et la courbe de la ligne portante pour les allongements plus petits que 3. Ceci, contrairement à une généralisation trop hâtive du cas des ailes planes qui aurait fait prendre la droite des faibles allongements pour la limite supérieure de la théorie de surface portante, alors qu'elle peut être dans certains cas, pour les hélices, la limite inférieure.

3,7 CONFRONTATION DE LA METHODE DES FAIBLES ALLONGEMENTS AVEC UN CALCUL DONNE D'HELICE

3,71 Dans le présent paragraphe nous avons cherché à comparer la méthode des faibles allongements à une méthode de calcul déjà publiée [24], basée sur la théorie de la ligne portante et comprenant des corrections de surface portante. En partant du calage, de la courbure et de la largeur des profils déterminés par cette méthode nous avons pu établir la répartition de circulation donnée par la présente théorie de la surface portante de très faible allongement. Le calcul n'a pas d'autre but qu'une simple comparaison de résultats.

Avant de donner les caractéristiques de l'hélice nous rappellerons brièvement les principes de son calcul tel qu'il est donné dans la référence [24]. Les données sont: m nombre de pales, λ paramètre de fonctionnement, C_T poussée globale. Dans une première étape, l'angle d'incidence induit est déterminé par approximations successives à partir des courbes de KRAMER. A partir de là sont déterminés, la courbe de circulation de l'hélice, la portance élémentaire de chaque profil, le nombre de cavitations correspondant. L'épaisseur maximale des profils est calculée en fonction de la résistance mécanique des pales. La cambrure et les rapports d'épaisseur de chaque profil peuvent alors être lus sur les courbes de cavitation du profil choisi.

Dans une deuxième étape, des corrections de surface portante sont introduites, d'une part sur la cambrure au moyen des résultats de GINZEL [8] et, d'autre part, sur le pas.

Dans une troisième étape, des considérations mécaniques obligent à changer les dimensions de la pale, mais pour la comparaison que nous avons faite nous avons pris les caractéristiques de l'hélice déterminées à la fin de la deuxième étape.

3,72 Caractéristiques de l'hélice

$m = 5$

$\lambda = 0,301$

$C_T = 0,514$

Diamètre du moyeu : 0,2

Loi de cordes : l/D

Flèche de la ligne moyenne : f.

Angle de calage des cordes de profil : β

ξ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
l/D	0,288	0,374	0,472	0,555	0,605	0,596	0,539	0,405
f	0,0199	0,0235	0,0246	0,224	0,0195	0,0174	0,0152	0,0146
β	2,074	1,379	1,023	0,804	0,654	0,544	00462	0,399

3,73 Détermination de la circulation par la théorie des faibles allongements

3,731 *Effet d'incidence*

La répartition de circulation au bord de fuite dans le cas d'une incidence constante sur chaque corde (effet d'incidence), est donnée, quelle que soit la forme de l'hélice, par la répartition de circulation d'une ligne portante disposée suivant le rayon de longueur maximale de la pale et ayant des caractéristiques aérodynamiques appropriées.

Si β est l'angle de calage du profil, l'angle d'incidence est $i = \beta - \text{artg}\frac{\lambda}{\xi}$; la condition de glissement :

$$\varphi'_n = i\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}$$

détermine φ'_n en chaque point du segment ξ (0,1). La résolution analogique de ce problème est simple, on trouvera la courbe de circulation obtenue sur la *figure* 53. La fonction G représentée est liée à φ par la relation :

$$G = \frac{1}{\pi\lambda}\varphi .$$

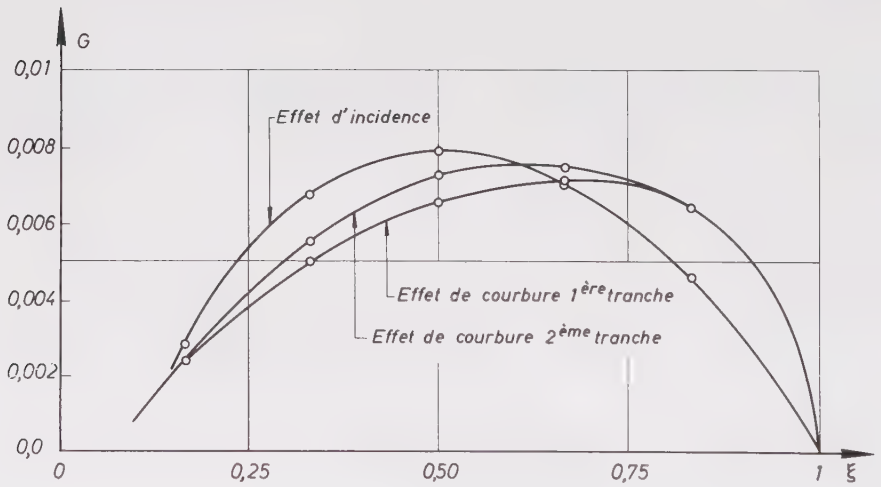


FIGURE 53

Remarque

Le paramètre de fonctionnement correspondant à l'adaptation de l'hélice proposée ne coïncide pas exactement avec une des valeurs de λ pour lesquelles le réseau a été établi. Nous avons donc déterminé l'effet d'incidence pour deux valeurs voisines du paramètre de fonctionnement $\lambda = 0{,}285$ et $\lambda = 0{,}333$, et déterminé l'effet d'incidence à $\lambda = 0{,}301$ par intrapolation linéaire des deux courbes obtenues. Mais

il ne semble pas que ces deux opérations soient nécessaires. En portant la loi d'incidence correspondant à $\lambda = 0{,}301$ dans les quantités servant à régler l'alimentation du réseau au paramètre $\lambda = 0{,}285$, on obtient des résultats qui redonnent avec une très bonne précision ceux obtenus par intrapolation.

3,732 *Effet de cambrure*

Pour déterminer complètement l'effet de cambrure par la méthode des faibles allongements, il faut opérer successivement sur un certain nombre de tranches radiales de la pale (*fig.* 54).

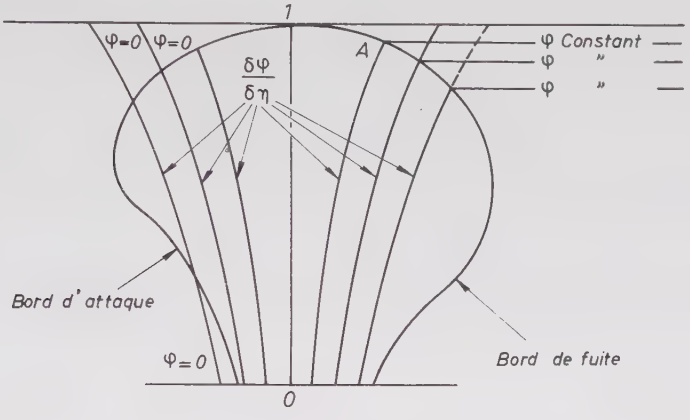


FIGURE 54

Une fois déterminée en chaque point de la pale la valeur de φ'_n les conditions à imposer sur le segment ξ (0,1) du réseau sont réparties suivant les tranches comme l'indique le schéma de la *figure* 17. Dans le cas présent où nous ne voulons trouver que la répartition de circulation sur le sillage, il nous suffit d'expérimenter seulement sur les tranches se trouvant en aval de la tranche ξ (0,1)

En effet la pente des profils sur ξ (0,1) détermine φ'_n et partant φ quelle que soit la partie amont de la pale ; sur les tranches situées en aval la détermination du potentiel se fait en tenant compte du sillage qui s'échappe du bord de fuite de la tranche qui précéde. Pratiquement, on obtiendra la répartition de circulation sur le réseau en imposant sur une partie de la coupure ξ (0,1) une intensité proportionnelle à la pente des profils et sur l'autre partie des potentiels déterminés dans les expériences précédentes au bord de fuite des tranches.

Le nombre de tranches sur lesquelles il est possible de travailler est déterminé par le fait qu'il faut faire coïncider l'extrémité d'un rayon, telle que A, avec un nœud du réseau.

Dans le calcul que nous avons fait, nous ne disposions que d'un nombre limité de mailles (7) et deux expériences ont suffi à déterminer la circulation, d'autant plus que l'incidence élémentaire devenant constante près du bord de fuite, le potentiel ne varie plus dans les tranches proches de celui-ci.

3,74 Résultats

On trouvera sur la *figure* 53 les répartitions de circulation en envergure obtenues pour l'effet d'incidence et l'effet de cambrure dans les tranches $a = 0{,}545$ et $a = 0{,}80$. La somme de l'effet d'incidence et de l'effet de cambrure dans la deuxième tranche donne la répartition totale de circulation pour l'hélice. Cette dernière circulation a été portée (courbe 3) sur la *figure* 55 conjointement avec les courbes de circulation données (courbe 1) pour cette hélice en référence [24]), la courbe (2) résulte d'une théorie utilisant les facteurs d'induction de Lerbs.

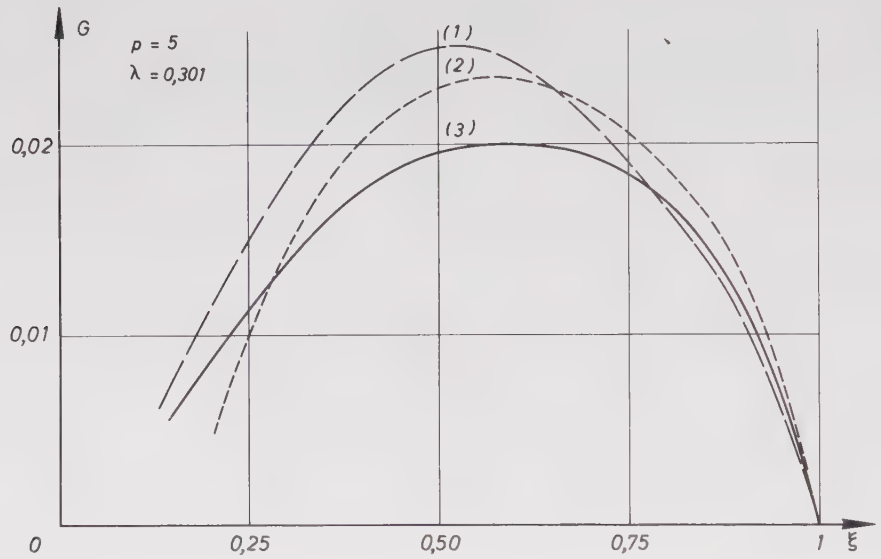


FIGURE 55

En bout de pale nos résultats ne diffèrent pas sensiblement de ceux des deux autres méthodes. Ailleurs, en particulier au milieu de la pale, la circulation est notablement inférieure : ce qui rejoint la constatation déjà faite que la théorie des faibles allongements est une limite inférieure de la théorie de la surface portante. En utilisant cette théorie on sous-estime trop l'effet de cambrure des profils ; des hélices calculées de cette manière auraient certainement des performances plus élevées que celles demandées. La théorie des faibles allongements paraît donc d'application restreinte et ne pas être propre à calculer de manière précise les hélices. A ce propos on doit rappeler que cette théorie n'a été appliquée efficacement pour les ailes que dans le cas de deltas très effilés. Cette méthode a cependant ici le mérite de donner une évaluation de la différence à attendre entre le procédé de calcul complet par surface portante de la théorie élémentaire de la ligne portante.

CHAPITRE IV

4 CALCUL ET TRACE D'HELICES SUPERCAVITANTES PAR LA METHODE DES ANALOGIES RHEOELECTRIQUES.

4,1 L'accroissement de la vitesse des navires rend de plus en plus difficile le tracé d'hélices qui ne présentent pas de phénomènes locaux de cavitation, perturbant leur fonctionnement et pouvant les endommager gravement. A partir d'une certaine vitesse il semble même peu vraisemblable de pouvoir éviter ces phénomènes. Aussi depuis quelques années de nombreuses recherches ont été menées sur des hélices susceptibles de garder un fonctionnement correct dans ces conditions. Dans la conception de ces hélices dites supercavitantes, l'impossibilité où l'on se trouve d'empêcher la formation de cavités locales est mise à profit afin d'assurer la formation d'une poche de gaz général, issue du bord d'attaque et s'étendant au-delà du bord de fuite des profils de façon que l'extrados des pales y soit entièrement inclus.

L'existence d'une telle poche garantit une diminution importante des corrosions mécaniques dues, suivant les explications généralement admises des phénomènes de cavitation, aux chocs provoqués pour la reconversion de la vapeur en eau sur la face dorsale des pales.

Dans les études [25], [26], [27], les méthodes de calcul proposées pour résoudre ce problème consistent à calculer les profils de chaque section comme des profils supercavitants placés dans un écoulement bidimensionnel [28], le calage de ces profils étant déterminé par les théories classiques de la ligne portante. Nous proposons ici une méthode basée sur la théorie linéaire des surfaces portantes qui permet de tenir compte de façon plus exacte des effets de la poche sur la formation et le calage des profils. La résolution du schéma mathématique qui en découle est assurée par analogie rhéoélectrique.

4,2 POSITION DU PROBLEME

On se propose de déterminer la forme des sections des pales d'une hélice supercavitante en se fixant *a priori :*

- le paramètre de fonctionnement de l'hélice ;
- le contour des pales, projeté sur un hélicoïde voisin formé des lignes de courant de l'écoulement relatif non perturbé (en abrégé, hélicoïde d'avance) ;
- le contour projeté des poches de cavitation sur le même hélicoïde ;

- la répartition de charge sur l'intrados des pales, répartition devant s'annuler au bord d'attaque dans le cas intéressant des pales adaptées ;
- le coefficient de traction ;
- le nombre de cavitation.

4,3 POTENTIEL DES VITESSES DE PERTURBATION

On fait les mêmes hypothèses sur le fluide et son potentiel de vitesse que dans les chapitres précédents. En particulier, on se place toujours dans l'hypothèse de faibles perturbations où sillage et pale sont supposés infiniment minces et assimilables à l'hélicoïde d'avance de l'hélice. Les divers paramètres utilisés sont rapportés aux mêmes quantités.

4,4 CONDITIONS AUX LIMITES

4,41 A l'infini amont

$$\varphi'_z = 0, \quad \varphi^+ = \varphi^-$$

en caractérisant du signe + les données relatives à l'extrados et - celles de l'intrados.

4,42 A l'infini aval

$$\varphi'_\tau = 0$$

$\tau(\xi)$ étant l'abscisse curviligne d'une hélice géométrique tracée sur l'hélicoïde d'avance

φ est donc constant le long de ces lignes et présente une symétrie hélicoïdale d'ordre m.

4,43 A l'intérieur de la poche de cavitation la pression doit être constante et égale, en principe, à la pression p_c de vapeur saturante du liquide qui l'entoure. Pour que le profil soit supercavitant il faut que cette poche (*fig.* 56) se produise dès le bord d'attaque et s'étende jusqu'à une certaine distance du bord de fuite.

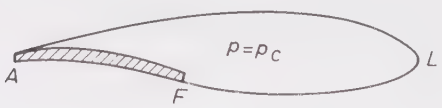


FIGURE 56

Grâce à la simplification géométrique introduite sur l'épaisseur et la localisation des profils, le profil et la poche de cavitation se réduisent à la coupure ALFA (*fig.* 57) sur laquelle on écrit les conditions aux limites.

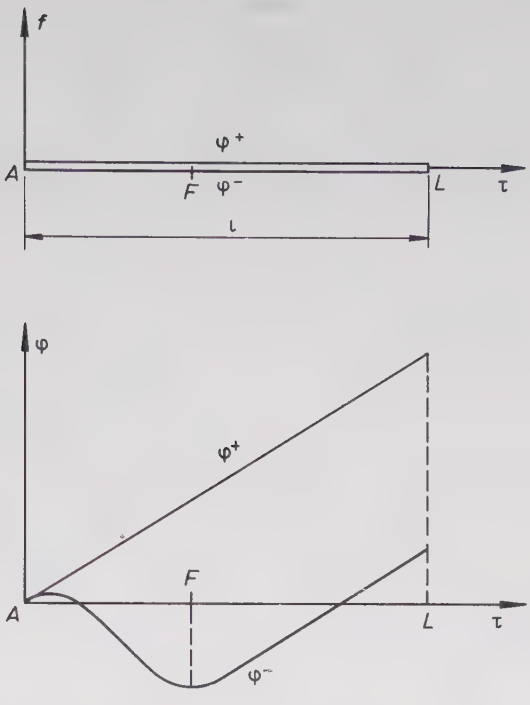


FIGURE 57

4,431 Sur AL et FL où p_c est constant, la formule de BERNOULLI linéarisée donne :

$$p_o - p_c = \sqrt{\lambda^2 + \xi^2}\ \varphi'_\tau$$

ou en introduisant le nombre de cavitation

$$\sigma = \frac{P_o - P_c}{\frac{1}{2}\rho V_o^2} = \frac{2}{\lambda^2}(p_o - p_c)$$

(15)
$$\varphi'_\tau = \frac{\lambda^2}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}\ \frac{\sigma}{2}$$

qui donne par intégration :

$$\varphi^{\pm} - \varphi_A = \frac{\lambda^2\,\sigma}{2\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}\ [\tau - \tau(A)],$$

condition qui traduit que φ^+ et φ^- croissent linéairement sur les segments AL et FL.

4,432 Sur l'intrados AF du profil :

$$\varphi^+ - \varphi^- = \Gamma(\xi)\, g\left(\frac{\tau - \tau(A)}{\tau(F) - \tau(A)}\right)$$

où $\Gamma(\xi)$ est la répartition de circulation en envergure au bord de fuite, et une fonction telle que :

$$g(0) = 0$$

$$g(1) = 1$$

$$g\,\frac{\tau - \tau(A)}{\tau(F) - \tau(A)} = 1 \qquad 1 < \frac{\tau - \tau(A)}{\tau(F) - \tau(A)} < \tau(L)$$

$$g'(0) = 0 \qquad \text{condition d'adaptation}$$

$$g'(1) = 0 \qquad \text{condition de JOUKOWSKI}$$

$$g'\,\frac{\tau - \tau(A)}{\tau(F) - \tau(A)} \qquad \text{pour } 0 < \frac{\tau - \tau(A)}{\tau(F) - \tau(A)} < 1$$

4,44 En aval de la poche de cavitation

$$\varphi^+ - \varphi^- = \Gamma(\xi).$$

4,45 Pour toutes les régions extérieures à la pale et au sillage le potentiel est continu.

4,46 La loi de circulation en envergure est arbitraire, nous utilisons dans la suite la loi de circulation optimale de GOLDSTEIN en tenant compte de l'effet de moyeu.

4,47 Condition de glissement

Soit f l'ordonnée d'une ligne de courant par rapport à l'abscisse curviligne τ, la condition de glissement s'écrit :

$$f'_\tau = \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2 + \varphi'_\tau}}\,\varphi'_n ;$$

d'après l'expérience [28] acquise en la matière par les auteurs qui nous ont précédé dans la théorie des surfaces portantes supercavitantes, il est préférable de ne pas négliger, lorsqu'on linéarise cette formule, le produit $f'_\tau\,\varphi'_\tau$; compte tenu de (15) il vient alors :

$$f'_\tau = \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2} + \dfrac{\lambda^2 \sigma}{2\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}}\,\varphi'_n . \tag{16}$$

4,48 Pour que la poche soit fermée il est nécessaire que :

$$\int_{AL^+} \varphi'_n\, d\tau = \int_{AL^-} \varphi'_n\, d\tau .$$

4,5 TRANSFORMATION DES CONDITIONS AUX LIMITES

Pour pouvoir être représenté par la méthode des analogies électriques le potentiel φ dont nous venons de poser les conditions aux limites, doit être décomposé en deux potentiels φ_1 et φ_2 tels que $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ et dont les conditions aux limites soient facilement représentables analogiquement. D'après la nature de ces conditions on peut dire que φ_1 correspond à un effet d'épaisseur et φ_2 à un effet portant.

Leurs conditions aux limites sont les suivantes :

EFFET D'EPAISSEUR (*fig.* 58)

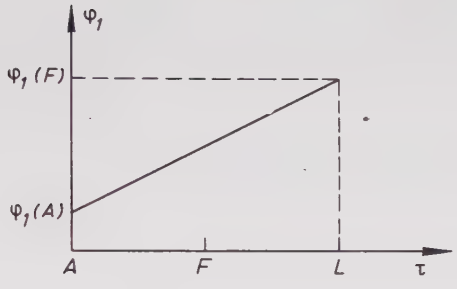


FIGURE 58

EFFET PORTANT (*fig.* 59)

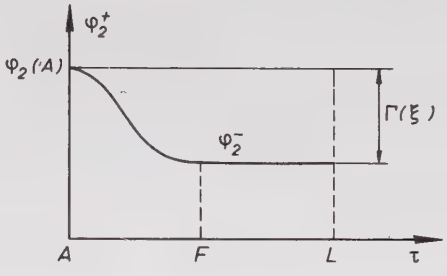


FIGURE 59

4,51 Infini amont :

$$\varphi'_{1z} = 0$$

$$\varphi_1^+ = \varphi_1^-$$

4,52 Infini aval :

$$\varphi'_{1z} = 0$$

$$\varphi_1^+ = \varphi_1^-$$

4,53 Sur AL :

$$\varphi_1 = \varphi_1^- = \frac{\lambda^2 \sigma (\tau - \tau(A))}{2\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}} + \varphi_1(A)$$

4,54 Fermeture de la poche

Dans les deux cas :

$$\int_A^{L^+} \varphi_n'^{+} \, d\tau = \int_A^{L^-} \varphi_n' \, d\tau.$$

$$\varphi'_{2z} = 0$$

$$\varphi_2^+ = \varphi_1$$

Symétrie hélicoïdale :

$$\varphi_2^+ - \varphi_2^- = \Gamma(\xi)$$

Sur AL : $\varphi_2^+ = \varphi_2(A)$

Sur FL : $\varphi_2^- = \varphi_2(F)$

Sur AF : $\varphi_2^- - \varphi_2(A) = \Gamma(\xi) \left(\dfrac{\tau - \tau(A)}{\tau(F) - \tau(A)} \right)$

4,6 RESOLUTION ANALOGIQUE

Le potentiel aérodynamique est identifié au potentiel électrique d'un milieu conducteur. La résolution analogique s'effectue au moyen du bassin hélicoïdal déjà utilisé pour des calculs d'hélice classique et décrit dans le chapitre II. Rappelons, pour la clarté de l'exposé, que la cuve représente le domaine compris entre deux nappes hélicoïdales passant par les bords de fuite de deux pales consécutives, sur ces hélicoïdes sont représentés au moyen de petites électrodes l'intrados et l'extrados des pales d'une part, les feuillets inférieur et supérieur du sillage d'autre part. En dehors de ces régions la continuité du potentiel est assurée par court-circuit des électrodes disposées symétriquement sur les deux nappes. Nous donnons les schémas d'alimentation électrique pour une section, les mêmes schémas se répétant pour les différentes sections.

4,61 Effet d'épaisseur

4,611 En amont et en aval de la pale et de la poche (*fig.* 60) les électrodes sont court-circuitées pour assurer la continuité du potentiel.

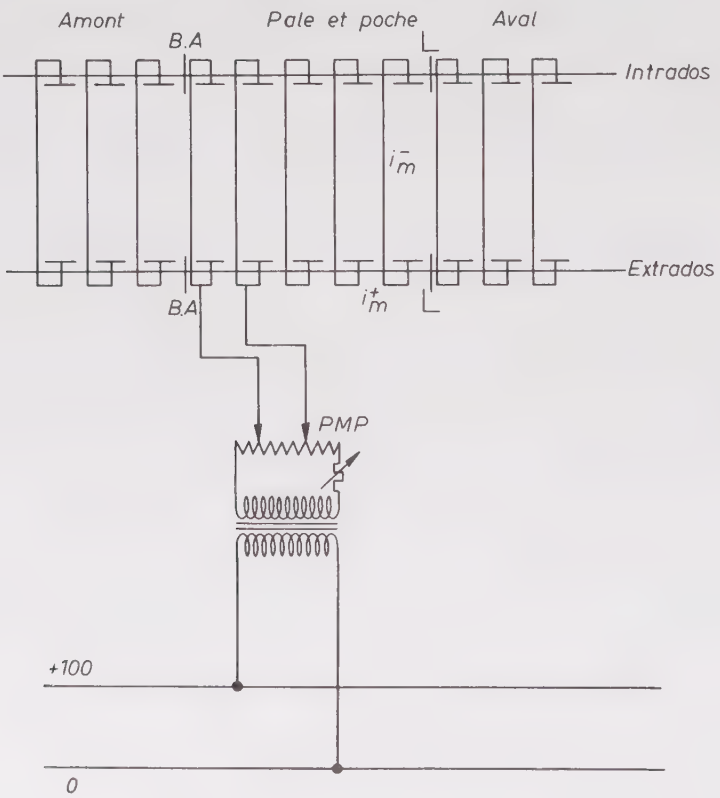


FIGURE 60 - Alimentation effet d'épaisseur

Un transformateur est nécessaire pour l'alimentation de chaque section, la somme des courants devant être nulle dans chaque section pour assurer la condition de fermeture de la poche. La loi linéaire de potentiel est imposée par un pont mille points, la valeur de $\varphi_A - \varphi_L$ est réglée par une résistance variable placée en série avec le pont.

4,612 *Détermination de la constante d'analogie*

Soit A_1 la constante d'analogie telle que :

$$\varphi_1 = A_1 V$$

où V est le potentiel électrique; on simplifie d'abord la condition :

$$\varphi_1 - \varphi_1 (A) = \frac{\lambda^2 \sigma (\tau - \tau(A))}{2\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}$$

en considérant que $\tau - \tau(A) = \Theta\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}$, Θ étant l'angle polaire déterminé à partir du bord d'attaque. Il vient ainsi :

$$\varphi_1 - \varphi_1 (A) = \frac{\lambda^2 \sigma \Theta}{2}.$$

Dans une section de référence on peut écrire :

$$A_1 [V_F - V_A] = A_1 \Delta V_{AF} = \varphi_1(F) - \varphi_1(A) = \frac{\lambda^2 \sigma \Theta_{AF}}{2}$$

d'où

$$A_1 = \frac{\lambda^2 \sigma \Theta_{AF}}{2 \Delta V_{AF}}.$$

4,613 L'expérience est conduite de la façon suivante : tout le montage d'alimentation étant fait, en particulier chaque paire d'électrodes de la pale et de la poche étant connectée aux ponts mille points suivant une loi linéaire, on règle les différences de potentiel ΔV_{AF} à leurs valeurs, dont une arbitraire dans la section de référence, au moyen des résistances variables montées en série. Les ponts mille points ayant une résistance de un ou deux Ohms, les résistances variables doivent être très faibles. Pratiquement on a opéré avec des rhéostats constitués d'une corde à piano sur laquelle peut glisser un curseur. Les intensités I_{ij} traversant chaque électrode sont ensuite relevées.

4,62 Effet portant

En amont de l'hélice les électrodes sont court-circuitées, en aval le sillage est représenté comme indiqué au paragraphe 2,412 par une série de transformateurs alimentés par une même différence de potentiel, égale à la circulation de la section correspondante. A l'infini aval on impose la symétrie hélicoïdale, c'est-à-dire que l'on règle le potentiel des électrodes à :

$$V^- = -\frac{\Gamma}{2} \quad \text{et} \quad V^+ = \frac{\Gamma}{2}.$$

Les électrodes de l'extrados et de l'intrados de la poche sont réunies entre elles de façon à former deux électrodes continues qui sont alimentées par un transformateur au moyen de la même différence de potentiel que le sillage. La loi de

charge, c'est-à-dire de potentiel qu'on veut imposer sur l'intrados de la pale, est établie par un pont mille points alimenté par le même transformateur de façon que le contour de la poche et de la pale soit fermé. On trouvera *figure* 61 le schéma de cette alimentation. Les intensités I_{2j} traversant toutes les électrodes de la pale et de la poche sont relevées au cours de l'expérience.

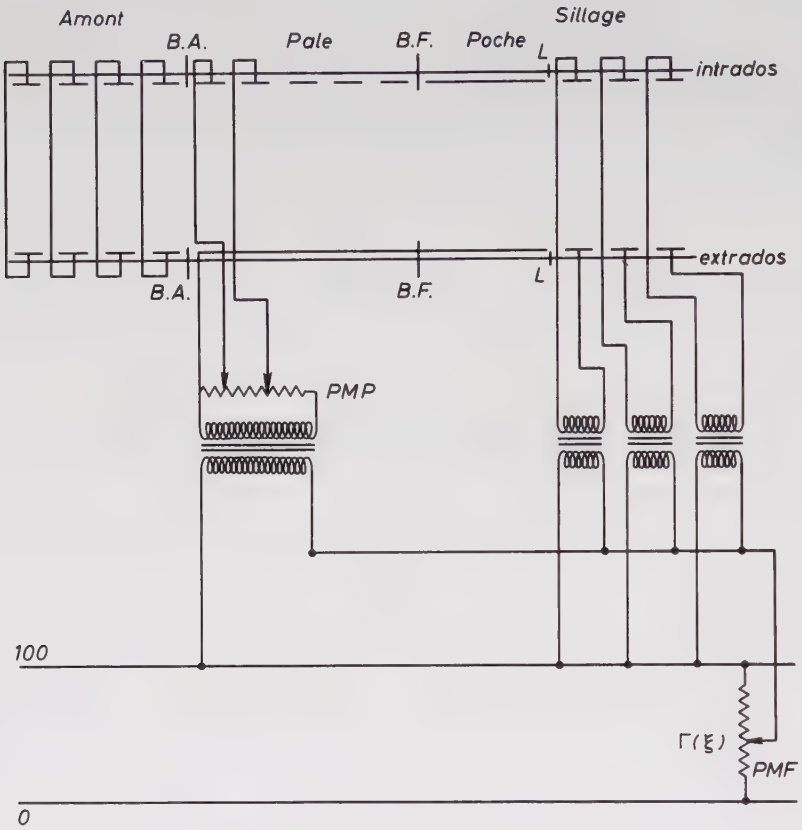


FIGURE 61 - Alimentation effet portant

4,63 Détermination de la forme des profils

4,631 La forme des profils se déduit de la relation :

$$e = \sum_j (e'_\tau)_j \, \Delta\tau_j$$

avec $(e'_\tau)_j$ donné par la condition de glissement :

$$e'_\tau = \frac{\sqrt{\lambda^2 + \xi^2}}{\lambda^2 + \xi^2 + \lambda^2 \frac{\sigma}{2}} \cdot \varphi'_n$$

ou en posant $\mu = \xi/\lambda$

$$e'_\tau = \frac{\sqrt{1 + \mu^2}}{\lambda\left(1 + \mu^2 + \frac{\sigma}{2}\right)} \cdot \varphi'_n .$$

La séparation du problème en effet portant et effet d'épaisseur conduit ici à séparer e en :

$$e = e_1 + e_2$$

avec :

$$e_1 = \frac{\sqrt{1+\mu^2}}{\lambda\left(1+\mu^2+\frac{\sigma}{2}\right)} \sum_j (\varphi'_{1n})_j \, \Delta\tau_j ,$$

$$e_2 = \frac{\sqrt{1+\mu^2}}{\lambda\left(1+\mu^2+\frac{\sigma}{2}\right)} \sum_j (\varphi'_{2n})_j \, \Delta\tau_j .$$

4,632 *Détermination analogique de* e_1 :

$$(\varphi'_{1n})_j = A_1 (V'_n)_j = \frac{\lambda^2 \sigma \Theta_{AF}}{2\,\Delta V_{AF}} \qquad \frac{\rho_{e1}\, I_{1j}}{\Delta x\, \Delta\tau}$$

où ρ_{e1} est la résistivité électrique,

Δx la largeur en cm de l'électrode ;

il vient donc :

$$e_1 = \frac{\lambda \Theta_{AF}\, \rho_{e1} \sigma \sqrt{1+\mu^2}}{2\Delta V_{AF}\, \Delta x\left(1+\mu^2+\frac{\sigma}{2}\right)} \Sigma I_{1j} .$$

4,633 *Détermination analogique de* e_2.

Si on appelle Γ_{max} le maximum de la circulation au bord de fuite et ΔV_{max} le potentiel électrique lui correspondant, on a le rapport évident :

$$\frac{\Gamma_{max}}{\varphi'_n} = \frac{\Delta V_{max}}{V'_n} ,$$

d'où l'on déduit :

$$e_2 = \frac{\rho_{e2} \sqrt{1+\mu^2}\, \Gamma_{max}}{\lambda \Delta V_{max}\, \Delta x\left(1+\mu^2+\frac{\sigma}{2}\right)} \Sigma I_{2j} .$$

4,634 La somme de e_1 et de e_2 ne conduit pas toujours à des profils mécaniquement réalisables ; en effet e_1 et e_2 sont de signe opposé et l'épaisseur du profil peut devenir nulle en certain endroit ou même l'intrados et l'extrados peuvent se croiser. σ et Γ_{max} étant pratiquement imposés par les données initiales, vitesse d'avance et poussée requise, il ne reste que la forme de la poche que l'on puisse modifier pour aboutir à des formes raisonnables. Aussi, avant d'entreprendre un calcul complet d'hélice nous avons fait quelques essais susceptibles de guider le choix de cette forme. Ces essais ont porté sur l'effet d'épaisseur sur lequel la forme de la poche a le plus d'influence ; la poche et le bord d'attaque de la pale forment dans chaque cas

un contour symétrique par rapport à une génératrice de l'hélicoïde. Le premier contour étudié est limité par deux génératrices, c'est-à-dire qu'il se projette suivant un secteur circulaire sur un plan perpendiculaire à l'axe de l'hélice. On trouvera *figure* 62 (courbe 1) la coupe de la poche suivant l'envergure aux points d'épaisseurs maximales ; on observe un épaississement très net de la poche vers l'extrémité de la pale ; on constate ensuite que le fait d'arrondir le contour de la poche à l'extrémité a pour effet d'éliminer l'épaississement (courbe 2).

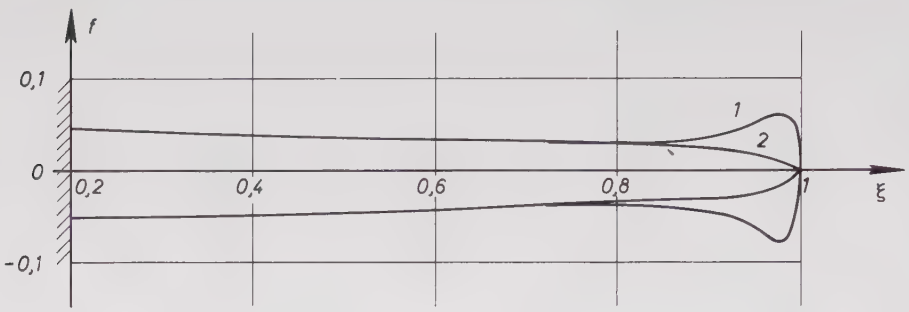


FIGURE 62 - Coupe radiale de la cavité au maximum d'épaisseur

Le contour en forme de secteur n'est pas utilisable dans les réalisations pratiques ; on devra choisir cependant des sections d'extrémité ayant des cordes relativement grandes pour que l'épaisseur de la poche soit suffisante.

4,7 DETERMINATION DES EFFORTS SUR LA PALE

4,71 Résistance de la poche

Dans une section donnée, en plus des efforts dus à la portance et à la résistance induite s'ajoute la résistance due à la poche de cavitation ; la résistance élémentaire de cavitation d'une section est :

$$dT_c = -\left[2\oint_{AFL}^{L} (p - p_o)\, f'_\tau\, d\tau\right] d\xi$$

qui peut s'écrire compte tenu de (15) et (16) :

$$dT_c = 2\left[\frac{\lambda^2 + \xi^2}{\lambda^2 + \xi^2 + \lambda^2 \dfrac{\sigma}{2}} \oint_{AFL}^{L} \varphi'_n\, \varphi'_\tau\, d\tau\right] d\xi ;$$

pour évaluer l'intégrale du deuxième membre on assimile l'écoulement autour de chaque section à un écoulement plan dans lequel suivant [29] l'intégrale curviligne peut être remplacée par une intégrale autour d'un point singulier situé à l'extrémité de la poche et autour duquel on suppose que φ'_n a la forme :

$$\varphi'^{\pm}_n = \mp \frac{K}{\sqrt{l - \tau}}, \tag{17}$$

l désignant la longueur de la poche, K une constante à déterminer.

Finalement, on a la relation :

$$\oint \varphi'_n \, \varphi'_\tau \, d\tau = \pi K^2 ,$$

d'où

$$dT_c = \frac{2(\lambda^2 + \xi^2)\, \pi K^2(\xi)\, d\xi}{\lambda^2 + \xi^2 + \lambda^2 \frac{\sigma}{2}}.$$

Pour déterminer K, de (17) on déduit :

$$\varphi'^{+}_n - \varphi'^{-}_n = -\frac{2K}{\sqrt{l - \tau}}$$

qui s'intègre en :

$$4K\sqrt{\Delta\tau} = \int_l^{l - \Delta\tau} (\varphi'^{+}_n - \varphi'^{-}_n)\, d\tau ,$$

d'où :

$$K = \frac{1}{4\sqrt{\Delta\tau}} \int_l^{l - \Delta\tau} \left[(\varphi'^{+}_{1n} - \varphi'^{-}_{1n}) - (\varphi'^{+}_{2n} - \varphi'^{-}_{2n}) \right] d\tau .$$

La représentation analogique permet de déterminer l'intégrale puisque, pour l'effet d'épaisseur :

$$\varphi'_{1n} = A_1 \, V'_{1n} = \frac{\lambda^2 \sigma \Theta_{AF} \rho_{e1} I_1}{2 \Delta V_{AF} \, \Delta x \, \Delta\tau}$$

et pour l'effet portant :

$$\varphi'_{2n} = \frac{\Gamma_{max}}{\Delta V_{max}} V'_{2n} = \frac{\Gamma_{max} \, \rho_{e2} \, I_2}{\Delta V_{max} \, \Delta x \, \Delta\tau}$$

I_1 et I_2 sont les intensités mesurées sur les couples d'électrodes situés à l'extrémité de la poche.

Il vient finalement :

$$K = \sigma B_1 + \Gamma_{max} B_2$$

avec :

$$B_1 = \frac{\lambda^2 \Theta_{AF} \, \rho_{e1}}{8\sqrt{\Delta\tau} \, \Delta V_{AF} \, \Delta x} (I_1^+ + I_1^-),$$

$$B_2 = \frac{\rho_{e2} (I_2^+ + I_2^-)}{4\sqrt{\Delta\tau} \, \Delta V_{max} \, \Delta x}.$$

4,72 Calcul de la poussée

Le terme classique de la poussée se trouve diminué de la composante axiale de la résistance de cavitation qui vient d'être calculée.

On a donc, C_T étant le coefficient de traction tel que : $C_T = \dfrac{2T}{\rho\omega^2 r_{max}^4}$

$$C_T = 2m\int(\xi + u)\Gamma\,d\xi - m\int\frac{\lambda dT_c}{\sqrt{\xi^2+\lambda^2}}$$

ou :

$$C_T = 2m\int(\xi + u)\Gamma\,d\xi - 2m\pi\lambda\int\frac{\sqrt{\lambda^2+\xi^2}\,K^2\,dr}{\lambda^2+\xi^2+\lambda^2\dfrac{\sigma}{2}}$$

ou

$$C_T = 2m\Gamma_{max}\int(\xi + u)\frac{\Gamma}{\Gamma_{max}}\,d\xi - 2m\pi\lambda\int\frac{\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}{\lambda^2+\xi^2+\lambda^2\dfrac{\sigma}{2}}\,(B_1\sigma + B_2\Gamma_{max})^2\,d\xi.$$

La première intégrale est déterminée aisément avec les graphiques donnés en [12].

La deuxième peut se décomposer en trois :

$$J_1 = 2m\pi\lambda\sigma^2\int_0^1\frac{\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}{\lambda^2+\xi^2+\lambda^2\dfrac{\sigma}{2}}\,B_1^2\,d\xi,$$

$$J_2 = 4m\pi\lambda\sigma\Gamma_{max}\int_0^1\frac{\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}{\xi^2+\lambda^2+\lambda^2\dfrac{\sigma}{2}}\,B_1\,B_2\,d\xi,$$

$$J_3 = 2m\pi\lambda\Gamma_{max}^2\int_0^1\frac{\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}{\lambda^2+\xi^2+\lambda^2\dfrac{\sigma}{2}}\,B_2^2\,d\xi,$$

où B_1 et B_2 sont donnés, comme on l'a vu dans le paragraphe précédent, par le calcul analogique.

C_T et σ étant donnés, on a donc simplement à résoudre une équation du deuxième degré en Γ_{max}. Si toutefois on veut déterminer C_T pour plusieurs valeurs voisines de σ on peut considérer que les facteurs intégraux ne changent pas et aboutir à une évaluation rapide de C_T.

Dans le calcul de la traction on n'a pas tenu compte de la contraction du sillage comme cela se fait classiquement pour les hélices, les résultats expérimentaux ne mettant pas en évidence cette contraction pour les hélices supercavitantes.

4,73 Calcul du couple

Soit C_Q le couple tel que : $C_Q = \dfrac{2Q}{\rho\omega^2 r_{max}^5}$

$$C_Q = 2m\int(\lambda + v)\,\xi\Gamma\,d\xi + m\int\frac{\xi^2\,dT_c}{\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}.$$

Soit :

$$C_Q = 2m\int(\lambda + v)\,\xi\Gamma\,d\xi + 2m\pi\int\frac{\xi^2\sqrt{\lambda^2+\xi^2}\,K^2\,d\xi}{\lambda^2+\xi^2+\lambda^2\dfrac{\sigma}{2}}$$

$$C_Q = 2m\int(\lambda + v)\,\xi\Gamma\,d\xi + 2m\pi\int\frac{\xi^2\sqrt{\lambda^2+\xi^2}}{\lambda^2+\xi^2+\lambda^2\dfrac{\sigma}{2}}\,(\sigma B_1 + \Gamma_{max}\,B_2)^2\,d\xi.$$

Comme pour C_T la première intégrale est déterminée par [12] et la deuxième se décompose en trois parties.

4,8 CALCUL PRATIQUE D'UNE HELICE

Les calculs effectués ont porté sur une hélice tripale fonctionnant à $\lambda = 0{,}33$. Son contour développé et celui de la poche sont indiqués *figure* 63. Pour obtenir des épaisseurs de section convenables au point de vue mécanique au σ de 0,5 que l'on s'était fixé au départ, le coefficient de traction a dû être pris égal à 0,052, ce qui constitue une performance un peu faible. Pour un C_T de 0,105 on aboutit à une forme de profils raisonnable pour $\sigma = 0{,}7$. On trouvera les tracés de ces différentes sections sur les *figures* 64 et 65.

Nous donnons *figure* 66 une représentation graphique de la section 1 qui permet un relevé rapide de la forme pour différentes valeurs de σ et du rapport Γ_{max}/σ

On détermine ainsi les valeurs extrêmes de σ et Γ_{max} entre lesquelles les profils calculés pourront éventuellement être utilisés pour la construction d'une hélice supercavitante.

Ces formes s'obtiennent en écrivant la relation :

$$e = e_1 + e_2$$

sous la forme :

$$\frac{1+\mu^2+\sigma/2}{\sigma\sqrt{1+\mu^2}}\,e = \frac{\lambda\Theta_{AF}\,\rho_{e1}}{2\,\Delta V_{AF}\,\Delta x}\,\Sigma I_{1j} + \frac{\rho_{e2}}{\lambda\Delta V_{max}\,\Delta x}\,\Sigma I_{2j}\,\frac{\Gamma_{max}}{\sigma}$$

du tracé de e pour $\Gamma_{max}/\sigma = 0$ et pour une valeur non nulle de Γ_{max}/σ on obtient e pour n'importe quelle valeur de Γ_{max}/σ par construction graphique. En ordonnée, différentes échelles donnent les valeurs de e pour quelques valeurs de σ.

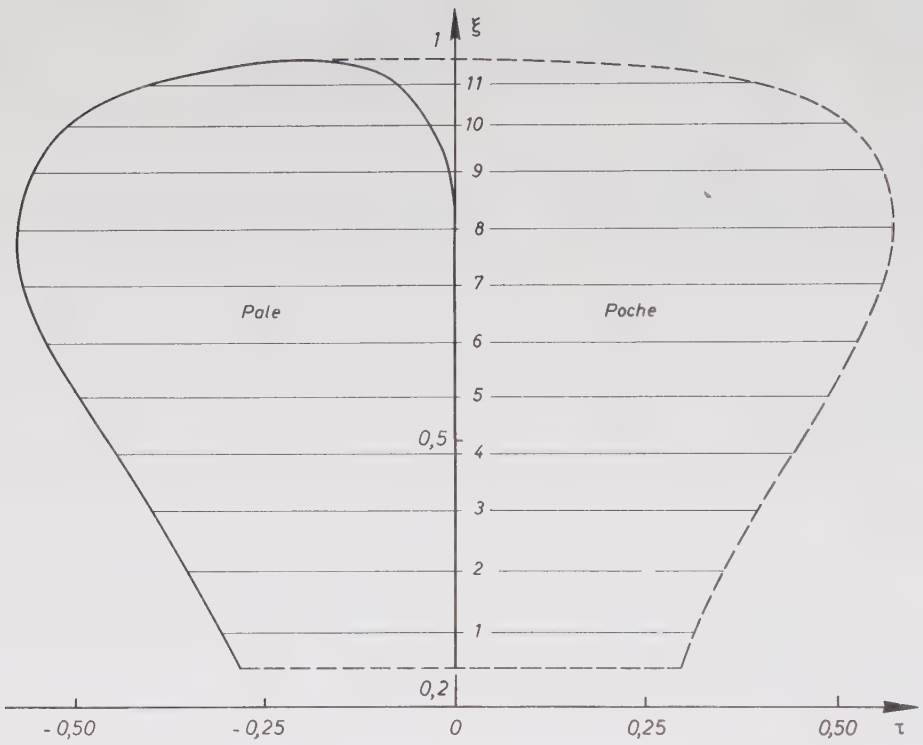
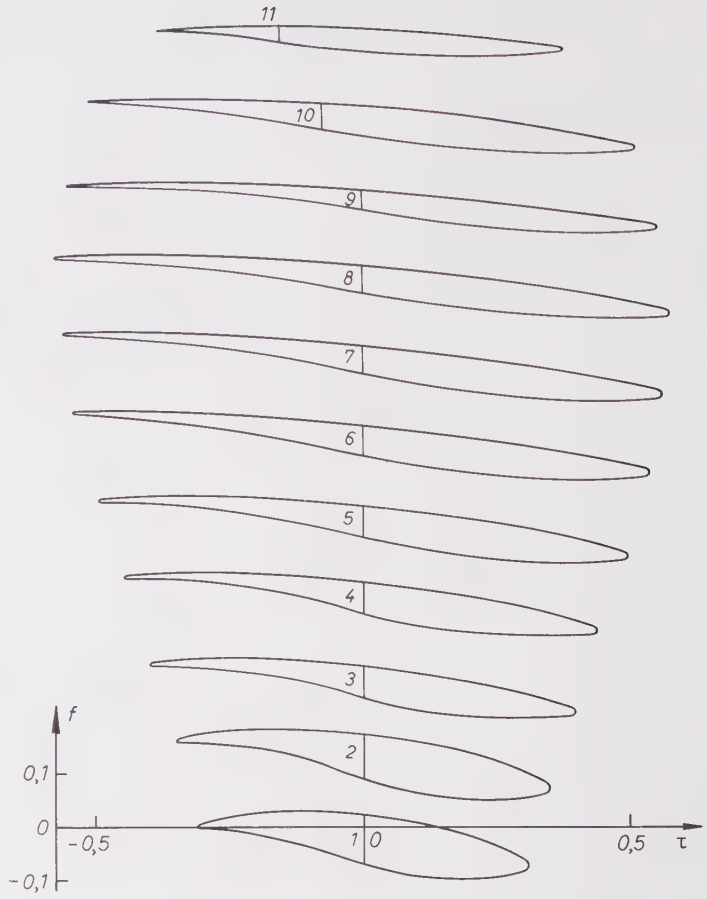
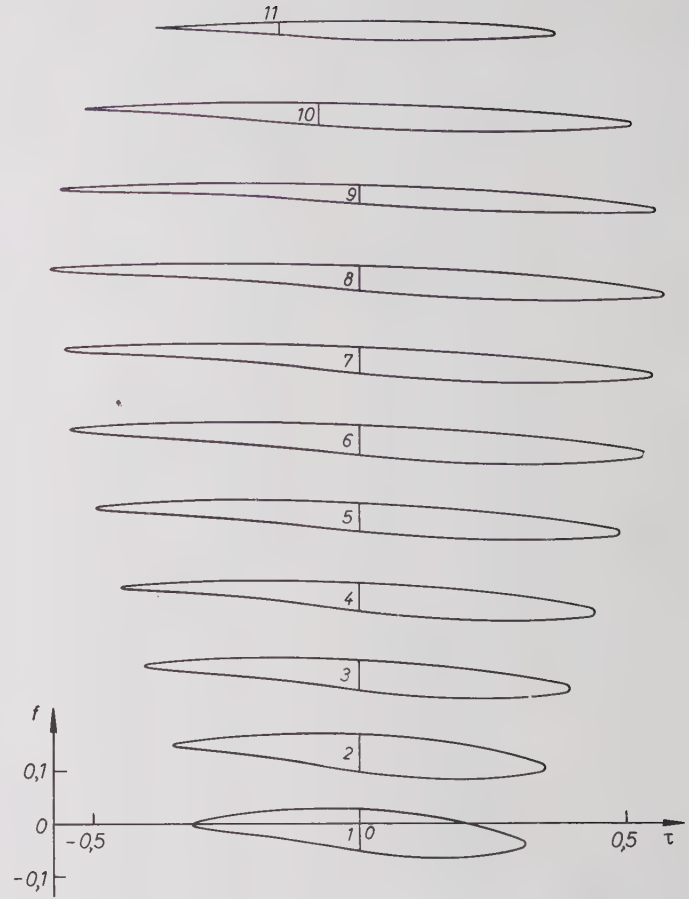


FIGURE 63 - Contour développé de la pale et de la poche



p = 3 λ = 0,33
σ 0,7 C_T = 0,104
C_Q 0,048

FIGURE 64 - Hélice supercavitante



p 3 λ 0,33
C_T 0,53
σ = 0,5 C_Q = 0,022

FIGURE 65 - Hélice supercavitante

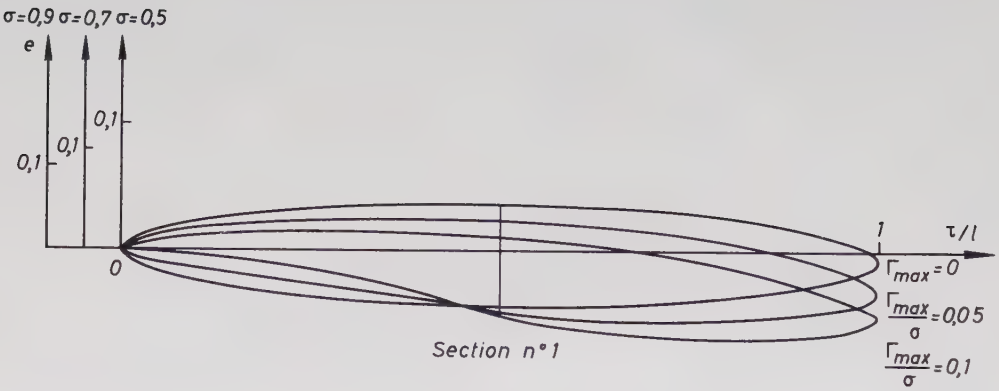


FIGURE 66

CHAPITRE V

5 PROPULSEUR A TUYERE

5,1 Proposés par KORT pour la propulsion marine, les propulseurs à tuyère ont fait l'objet récemment d'un certain nombre d'études en particulier par VAN MANEN [35], [36] au bassin de Wageningen et bien d'autres. Cependant, leur mise au point ne paraît pas encore entièrement achevée, car, bien qu'ils présentent à certains régimes de gros avantages sur les hélices nues, leur tenue à la cavitation est mauvaise et leur rendement est souvent, en définitive, assez bas.

Les méthodes analogiques d'étude d'hélices carénées présentées par HACQUES [37] et LUU [38], offraient des possibilités, non encore exploitées, de calcul pour ce genre de propulseur, aussi utilisant conjointement le calcul analogique et les théories classiques des ventilateurs [39] avons-nous établi une méthode qui a permis d'améliorer sensiblement le rendement de ces engins et de répondre aux caractéristiques exigées d'eux.

L'objet du présent chapitre est, après avoir rappelé les principes généraux de fonctionnement d'une hélice en tuyère, de présenter la méthode de calcul et la confirmation de son efficacité par des essais de modèles en bassin.

5,2 DESCRIPTION DU PROPULSEUR A TUYERE ET SCHEMATISATION DE L'ECOULEMENT

Le propulseur est constitué (*fig.* 67) d'un carénage de révolution fixe et profilé, de diamètre D, à l'intérieur duquel est installé un ventilateur à circulation constante Γ et des aubages fixes redresseurs ou distributeurs. Un moyeu central, terminé par une ogive, constitue l'arbre moteur de l'hélice. L'ensemble est placé dans un écoulement uniforme de vitesse V_o. Le ventilateur tourne à la vitesse de n tours par seconde et possède un nombre suffisant de pales pour qu'on puisse l'assimiler à un disque de discontinuité de pression Δp suivant la théorie du nombre infini de pales. Au droit de cette discontinuité on suppose que la vitesse V, valeur moyenne des vitesses réelles, est constante ainsi que la vitesse V_1 à l'infini aval de la veine du jet produit par le ventilateur. Enfin, grâce aux aubages redresseurs ou distributeurs, éliminant les vitesses périphériques induites, l'écoulement dans la tuyère est supposé purement axial, la symétrie de révolution d'un tel écoulement permet de limiter l'étude à un demi-plan méridien.

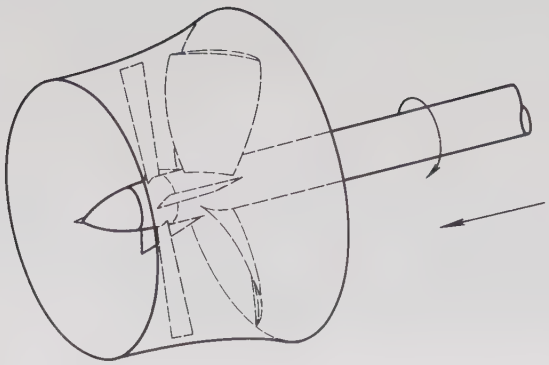


FIGURE 67

5,3 POUSSEE - RENDEMENT

Le propulseur décrit dans le paragraphe précédent constitue un propulseur parfait dont nous allons rappeler les formules de fonctionnement. Etant donné les différents domaines 1, 2, 3 portés sur la *figure* 68 et illustrant une coupe méridienne de l'ensemble hélice-tuyère, l'équation de la quantité de mouvement donne :

dans 1 : (18) $$T^*_{t_1} + \int_L p\vec{n}_1 \, d\sigma - \vec{i}\,(p_o + \rho V_o^2)\, S_o + \vec{i} \int_H (p_- + \rho V^2)\, d\sigma = 0 ;$$

dans 2 : (19) $$T^*_{t_2} + \int_L p\vec{n}_2 \, d\sigma - \vec{i} \int_H (p_+ + \rho V^2)\, d\sigma + \vec{i}\,(p_o + \rho V_1^2)\, S_1 = 0 ;$$

dans 3 : (20) $$T^*_{t_3} + \int_{L+L'} p\vec{n}_3 \, d\sigma - \vec{i}\,(p_o + \rho V_o^2)(\infty - S_o)$$

$$+ \vec{i}\,(p_o + \rho V_o^2)(\infty - S_1) + \vec{i} \int_E \rho V_o\, (\vec{V} \cdot \vec{n}_3)\, d\sigma = 0 ,$$

où les $T^*_{t_{1,2,3}}$ sont les efforts exercés sur la tuyère, l'astérisque indiquant que la grandeur est évaluée en supposant les frottements nuls. Les normales n, les vitesses V et les pressions p sont indiquées sans ambiguïté possible sur la *figure* 68.

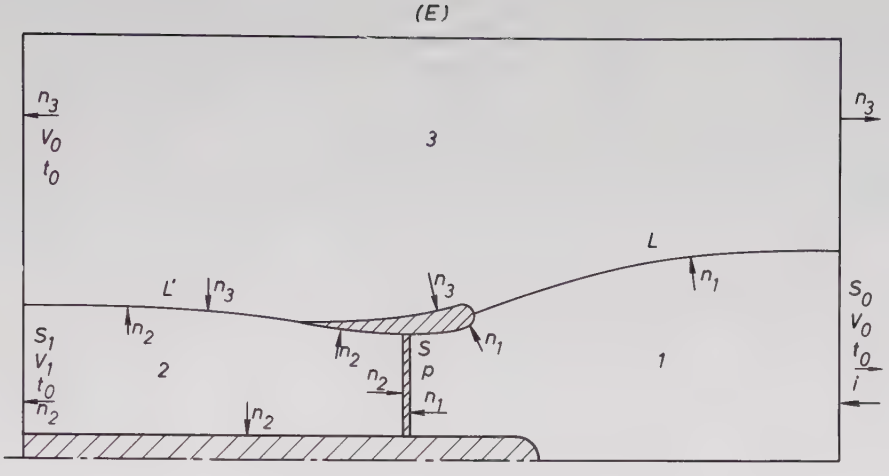


FIGURE 68

En écrivant l'équation de la continuité sur le contour 3 il vient :

$$\int \rho \vec{V} \cdot \vec{n}\, d\sigma = \int_E \rho(\vec{V} \cdot \vec{n}_3)\, d\sigma + \rho V_o [(\infty - S_1) - (\infty - S_o)] = 0,$$

soit

$$\int_E \rho \vec{V} \cdot \vec{n}_3\, d\sigma = -\rho V_o (S_o - S_1) \tag{21}$$

ou

$$\int_E \rho \vec{V}_o (\vec{V} \cdot \vec{n}_3)\, d\sigma = -\vec{i}\, \rho V_o^2 (S_o - S_1)\ ;$$

en portant (21) dans (19) et en additionnant les relations (18), (19), (20) il vient :

$$\vec{T}^*_{t_1} = \vec{i} \int_H \Delta p\, d\sigma + \vec{i}\, \rho (S_o V_o^2 - S_1 V_1^2)$$

qui s'écrit en module suivant la direction opposée à $\vec{V}_o$:

$$T^* = T^*_t + T^*_h = T^*_t + \int_H \Delta p\, d\sigma = \rho (S_1 V_1^2 - S_o V_o^2),$$

T^* étant la poussée de l'ensemble hélice-tuyère, ou, puisque :

$$SV = S_1 V_1 = S_o V_o$$

$$T^* = \rho SV (V_1 - V_o)$$

ou encore en posant :

$$\frac{V}{V_o} = Y, \quad \frac{V_1}{V_o} = X$$

$$T^* = \rho S V_o^2 Y (X - 1), \tag{23}$$

formule bien connue qui donne la traction globale du propulseur.

On peut alors établir le bilan énergétique η_1 du propulseur sans perte par frottement, on a :

- puissance recueillie : $T^* V_o = \rho S_o V_o^2 (V_1 - V_o)$;
- puissance fournie sur l'arbre : $T_h^* \cdot V = SV\Delta p$;

l'équation de BERNOULLI écrite dans la région 2 donne :

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} (V_1^2 - V_o^2)$$

d'où

$$\eta_1 = \frac{T^* V_o}{T_h^* V} = \frac{2 V_o}{V_o + V_1}$$

ou, avec les notations introduites précédemment :

$$\eta_1 = \frac{2}{1 + X} . \tag{24}$$

Dans la pratique on doit transformer les formules (23) et (24) qui sont trop optimistes puisqu'on y a négligé toutes les pertes par frottement importantes, en particulier, sur la tuyère.

Soit donc T, Q et η la poussée, le couple et le rendement réels du propulseur et K_T, K_Q les coefficients de traction et de couple définis par :

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} ,$$

$$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} ,$$

en écrivant :

$$K_T = \frac{T}{T^*} \frac{T^*}{\rho n^2 D^4} ,$$

et en remplaçant T^* par sa valeur (23) calculée par le théorème de la quantité de mouvement on obtient :

$$K_T = \frac{T}{T^*} \frac{\Lambda^2 \pi (1 - \xi_o^2)}{4} Y (X - 1), \tag{25}$$

où Λ est le paramètre de fonctionnement V_o / nD, ξ_o le rayon du moyeu rapporté au rayon de la tuyère.

Pour obtenir le rendement réel du propulseur η défini par :

$$\eta = \frac{TV_o}{Q\omega}$$

on développe le deuxième membre de la façon suivante :

$$\eta = \underset{(1)}{\frac{T}{T^x}} \cdot \underset{(2)}{\frac{T_h^*}{T_h}} \cdot \underset{(3)}{\frac{T^* V_o}{T_h^* V}} \cdot \underset{(4)}{\frac{T_h V}{Q\omega}};$$

les termes (1) et (2) sont des coefficients correcteurs dus aux pertes par frottements, la quantité (3) est le rendement du propulseur parfait donné par (24), la quantité (3) correspond au rendement η_V du ventilateur.

Le rendement réel de l'hélice en tuyère est donc finalement :

$$\eta = \frac{T}{T^*} \cdot \frac{T_h^*}{T_h} \cdot \frac{2\,\eta_V}{X+1}.$$

5,4 CONDITIONS DE FONCTIONNEMENT OPTIMAL

Les formules (23) et (24) peuvent être examinées de diverses manières suivant le choix de variation des paramètres qu'elles contiennent, comme on peut le trouver en [40]. Nous n'examinerons pas les formules dans toutes leur généralité, et nous limiterons pour l'instant notre point de vue au cas où K_T et Λ sont donnés, ce qui est suffisant pour le problème pratique qui est le plus souvent posé de calculer un propulseur de dimension et de poussée données. Nous réservons pour la suite une étude plus générale des résultats obtenus.

K_T et Λ étant fixés on va rechercher les conditions de fonctionnement donnant un rendement maximal. Indépendamment des facteurs correctifs dus au frottement et de η_V qui varient peu en fonction des rapports de vitesse. On voit d'après (26) que η sera d'autant plus grand que la vitesse X du jet en aval sera petite et donc d'après (25) que le rapport $\frac{Y}{X}$ sera grand ; il n'y a pas de limite théorique au rapport $\frac{Y}{X}$, cependant les conditions expérimentales de fonctionnement limitent sa valeur au voisinage de 1. En effet, pour obtenir une valeur de ce rapport supérieure à l'unité, il faut effectuer une recompression de l'écoulement en aval de l'hélice, ce qui n'est possible que dans des limites de vitesses très étroites puisque le divergent nécessaire ne peut dépasser un certain angle (empiriquement 7°, s'il n'a pas été prévu de dispositif de contrôle de couche limite) sans que des décollements apparaissent.

L'importance fondamentale des rapports des vitesses au droit de l'hélice et à l'infini aval pour un fonctionnement optimal du propulseur ne doit pas faire oublier l'influence du frottement, en particulier sur la tuyère. Deux remarques s'imposent. La première est la nécessité d'éviter tout décollement sur la tuyère et pour cela de dessiner une tuyère dont le bord d'attaque soit bien adapté à l'écoulement. La deuxième est de réduire autant que possible les surfaces en contact avec l'eau et pour cela de diminuer au maximum la longueur de la tuyère ; cette dernière condition étant en contradiction avec celle qui intéresse le bon fonctionnement du divergent puisqu'on sait qu'il y a intérêt à faire celui-ci le plus long possible pour obtenir une meilleure recompression. Il faut donc chercher à établir un compromis satisfaisant.

Nous verrons par la suite comment on peut estimer η_V ; cette quantité est généralement assez élevée pour les ventilateurs, notamment quand on leur adjoint des bras distributeurs ou redresseurs qui permettent de récupérer une partie de l'énergie induite par l'hélice. Pour atteindre ces valeurs élevées, il faut être en mesure de calculer correctement le ventilateur, la connaissance précise de la répartition des vitesses à l'intérieur de la tuyère est pour cela très précieuse.

Sur la base de ces remarques à caractère qualitatif et des résultats d'un premier essai de tuyère construite à partir d'hypothèses trop simplifiées, nous avons établi une méthode de calcul que nous développons dans les prochains paragraphes.

5,5 CALCUL D'UN ENSEMBLE HELICE-TUYERE

5,51 Conditions du calcul

On se propose de calculer un propulseur à tuyère à partir des données suivantes

- vitesse de translation : V_o ;
- poussée de l'ensemble : T ;
- rotation de l'hélice : n tr/s ;
- diamètre de l'hélice : D ;
- diamètre du moyeu : D_o.

Exprimées avec des coefficients sans dimension les données se réduisent à K_T Λ et ξ_o suivant les notations déjà introduites.

5,52 Calcul de la tuyère

5,521 Les buts recherchés dans le calcul de la tuyère sont, d'une part, de connaître la relation, imposée par la géométrie de la tuyère, qui s'établit entre les vitesses X à l'infini aval et Y au droit de l'hélice, cette relation conjointement avec la formule (26) permettant l'évaluation de X et de Y, d'autre part, de faire un choix parmi les formes possibles de tuyère pour répondre aux impératifs fixés au paragraphe 5,4.

Le calcul analogique donne la possibilité d'atteindre ces deux buts par la représentation qu'il permet de l'écoulement du fluide autour de la tuyère. Cette représentation peut être envisagée de deux façons différentes suivant qu'on la traite comme un problème inverse où la forme du profil de la tuyère, inconnue, *a priori,* est déterminée à partir de certaines conditions imposées, par exemple sur les vitesses, ou qu'on la traite comme un problème direct où la forme du profil étant connue on détermine par analogie ses caractéristiques de fonctionnement : répartition de vitesses, circulation, etc.

La première méthode n'était pas d'un emploi pratique ici où aucune des données primitives du calcul ne pouvait être utilisée, nous avons choisi la deuxième méthode, bien qu'elle nécessite l'étude successive de différents profils pour aboutir à une forme adaptée de profil.

Les principes de la représentation analogique d'une hélice en tuyère ont déjà été posés par LUU [38] et HACQUES [37]; nous en rappellerons brièvement les éléments indispensables à la compréhension de l'exposé et indiquerons les aménagements que nous y avons fait.

Le calcul analogique consistant à identifier le potentiel électrique défini dans un conducteur convenable, au potentiel des vitesses de l'écoulement, nous commencerons par définir ce dernier.

5,522 *Définition du potentiel de l'écoulement*

L'écoulement s'effectue suivant le schéma indiqué au paragraphe 5,2, on suppose que le fluide est parfait, incompressible et irrotationnel, ce qui est vrai dans tout le domaine si l'hélice est à circulation constante, et que les perturbations apportées par l'ensemble hélice-tuyère sont suffisamment faibles pour qu'on puisse traiter le problème avec les conditions habituelles de linéarisation. Le champ des vitesses de l'écoulement peut être défini par un potentiel harmonique $\bar{\varphi}$ tel que :

$$\bar{\Phi} = V_o \bar{x} + \bar{\varphi}.$$

$\bar{\varphi}$ est le potentiel de perturbation dont les conditions aux limites sont définies sur les contours linéarisés de la *figure* 69. C'est $\bar{\varphi}$ qui fera l'objet de la représentation analogique.

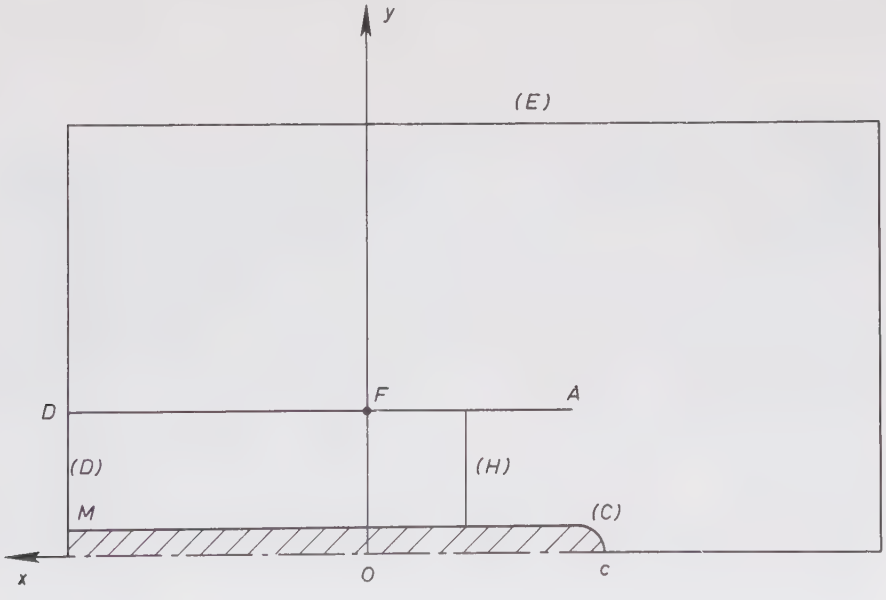


FIGURE 69

5,523 *Conditions aux limites*

Les conditions aux limites sont imposées pour le profil sur la projection AF de sa corde suivant la direction de l'écoulement, pour le sillage sur le segment FD prolongeant AF, pour le moyeu sur le segment MC terminé par un arc (*c*) figurant une ogive.

a) *Condition sur le sillage*

En affectant du signe + les grandeurs définies en dehors du domaine DFAH et du signe - celles définies à l'intérieur, on peut écrire par l'intermédiaire de l'équation de BERNOULLI linéarisée la relation suivante :

$$\Delta p = p^- - p^+ + \rho V_o (\bar{u}^- - \bar{u}^+),$$

où u^- et u^+ sont les survitesses axiales de l'écoulement. Sur le sillage où $p^+ = p^-$ la relation devient :

$$\Delta p = \rho V_o (\bar{u}^- - \bar{u}^+)$$

en introduisant les grandeurs sans dimension :

$$q = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V_o^2} \quad \text{et} \quad u = \frac{\bar{u}}{V_o}$$

et en rapportant toutes les longueurs au rayon r_{max} de l'hélice il vient :

$$q = 2 (u^- - u^+) \tag{27}$$

qui s'écrit avec le potentiel de perturbation :

$$q = 2 (\varphi'^-_x - \varphi'^+_x) \tag{28}$$

en intégrant (28) on a :

$$\varphi^- - \varphi^+ = \frac{q}{2} x + (\varphi^- - \varphi^+)_{BF} ;$$

on peut remarquer qu'à l'infini aval $u^+ = 0$ et donc que $q = 2u^-_\infty$ finalement la condition sur le sillage FD devient :

$$\varphi^- - \varphi^+ = u^-_\infty x + (\varphi^- - \varphi^+)_{BF}. \tag{29}$$

Pour simplifier la représentation analogique ultérieure on introduit une coupure (H) à l'emplacement de l'hélice, celle-ci divise le domaine représenté en deux régions où les potentiels sont définis à une constante additive près ; on choisit cette constante égale à $(\varphi^- - \varphi^+)_{BF} = \Gamma_{BF}$, circulation autour du profil. La condition sur le sillage se réduit alors à

$$\varphi^- - \varphi^+ = u_\infty x \tag{30}$$

et sur (H) on a maintenant une discontinuité de potentiel $\Delta\varphi$ égale à la circulation du profil.

b) *Conditions sur le profil*

Soit f l'ordonnée par rapport à AF de la section de la tuyère la condition de glissement du fluide sur le profil s'écrit en théorie linéarisée :

$$\varphi'_y = f'_x, \tag{31}$$

f'_x se déduisent facilement de la forme donnée du profil, les conditions aux limites sur AF sont bien déterminées.

c) *Conditions sur le moyeu.*

Sur toute la partie cylindrique du moyeu φ'_y est nul et sur l'ogive la condition de glissement non linéarisée donne :

(32) $$\varphi'_n = \sin\alpha ,$$

$\sin\alpha$ étant le sinus directeur de la normale à l'ogive.

d) *Conditions à l'infini aval.*

Sur MD on retrouve la survitesse axiale induite par l'hélice donc :

(33) $$\varphi'_x = \bar{u}_\infty .$$

e) *Conditions sur* (E).

Sur (E) les perturbations étant nulles φ est constant.

5,524 *Résolution analogique*

5,5241 La résolution analogique se fait dans un bassin incliné, rectangulaire rempli d'eau conductrice, *figure* 70, où on représente classiquement [13] les problèmes à symétrie de révolution. Les coupures AFD et (H) sont réalisées au moyen de plaquettes

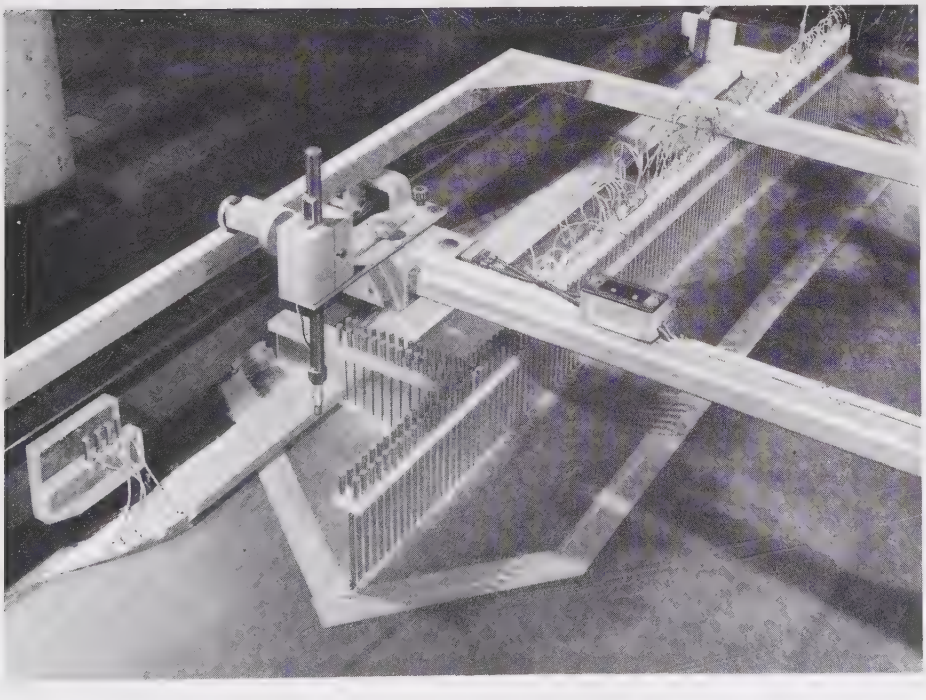


FIGURE 70

isolantes de 1,2 m et 0,18 m de long où sont disposées en vis-à-vis des petites électrodes de 1 centimètre de largeur permettant d'imposer les conditions électriques qui vont être définies. Pour alléger les conditions aux limites à imposer on distingue dans la résolution du problème trois effets principaux représentés au moyen de quatre expériences différentes. Cette decomposition n'allonge pas beaucoup la conduite du calcul, car une seule de ces quatre expériences est à reproduire quand on modifie la forme du profil; on a l'avantage, en outre, de distinguer l'influence respective des différents éléments de la tuyère sur son fonctionnement.

Les quatre effets sont obtenus par simple décomposition des conditions aux limites posées en 5,523. Le tableau suivant donne les conditions aux limites dans les différents cas.

Limites	Effet d'hélice dans un cylindre		Effet de moyeu	Effet de profil
(E)	$\varphi_1 = 0$	φ_2 valeur non définie	$\varphi_3 = 0$	φ_4
(D)	$\varphi_1 = 100$	φ_2	$\varphi_3 = 0$	φ_4
(C)	$\varphi'_{1n} = 0$	$\varphi'_{2n} = 0$	$\varphi'_{3n} = \sin\alpha$	$\varphi'_{4n} = 0$
FD	$\varphi'_{1n} = 0$	$\varphi_2^- - \varphi_2^+ = g(x)$	$\varphi_3^- - \varphi_3^+$	$\varphi_4^- - \varphi_4^+$
AF	$\varphi'_{1n} = 0$	$\varphi'_{2n} = 0$	$\varphi'_{3n} = 0$	$\varphi'_{4n} = f'_x$
(H)	$\Delta\varphi_1 = \Gamma_1$	$\Delta\varphi_2 = \Gamma_2$	$\Delta\varphi_3 = \Gamma_3$	$\Delta\varphi_4 = \Gamma_4$

5,5242 Effet d'hélice dans un cylindre circulaire

Quand la tuyère est réduite à un cylindre la condition au limite sur AF devient simplement $\varphi'_n = 0$, une première expérience où on imposait directement la condition (30) s'étant avérée trop imprécise, on a décomposé φ en $\varphi_1 + \varphi_2$ avec comme conditions aux limites respectives :

- sur AF : $\varphi'_{1n} = \varphi'_{2n} = 0$;

- sur l'ogive (C) : $\varphi'_{1n} = \varphi'_{2n} = 0$, condition qui retire en principe toute signification physique à l'écoulement, mais l'influence de l'ogive étant faible on peut malgré tout considérer que l'écoulement décrit a un certain sens.

- sur le sillage :

$$\varphi'_{1n} = 0 \qquad (34) \qquad \varphi_2^- - \varphi_2^+ = g(x)$$

Dans le canal HFDM, constitué de deux parois isolantes, il s'établit pratiquement un champ uniforme de potentiel, on peut donc écrire :

(35) $\varphi_1^- = u_\infty x$

et φ_1^+ prend une certaine valeur $g(x)$

$$\varphi_1^+ = g(x);$$

on peut remarquer que la perturbation $g(x)$ tend vers 0 quand x tend vers l'infini ;

- sur (E) : $\varphi_1 = 0$;

- sur (H) : $\Delta\varphi_1 = \Gamma_1$ doit être réglé de façon que φ_1^- soit nul au bord de fuite.

- φ_2 prend une valeur quelconque

- $\Delta\varphi_2 = \Gamma_2$ est réglé de façon que la continuité des potentiels au bord de fuite soit assurée.

a) *Résolution de* φ_1.

Le montage analogique nécessaire à la résolution de φ_1 est donné sur la *figure* 71. Soit U_1 le potentiel électrique, on pose $U_1 = A_1 \varphi_1$, A_1 étant la constante d'analogie. On établit une différence de potentiel 0, 100 entre les électrodes (E) et (D), au moyen du pont de mille points on règle la différence de potentiel ΔU_1 sur (H) jusqu'à ce que le point F soit au potentiel 0, la lecture des potentiels U_1^+ le long de FD donne $g(x)$:

$$g(x) = \frac{U_1^+}{A_1}$$

de (35) on obtient tout de suite :

$$A_1 = \frac{100}{x_\infty u_\infty}$$

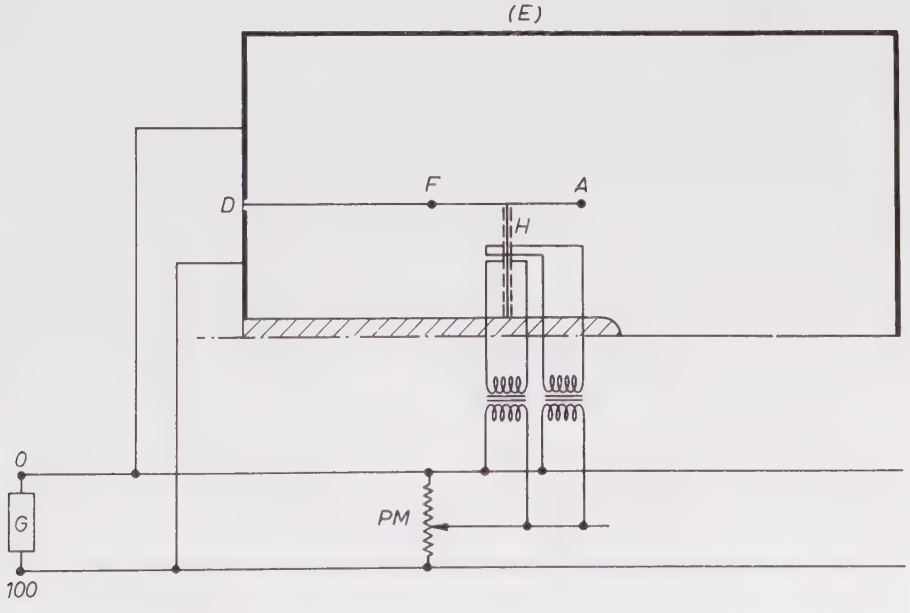


FIGURE 71 - Résolution de φ_1

La mesure des vitesses u_h au droit de l'hélice a montré qu'elles étaient constantes et égales à u_∞. Comme pour toutes les expériences qui suivent on fait le relevé des potentiels sur le profil, leur connaissance étant indispensable à la vérification de l'adaptation du bord d'attaque, ce dernier étant adapté si la répartition totale du potentiel présente un point anguleux à pentes finies au bord d'attaque.

b) *Résolution de* φ_2.

On trouvera le montage analogique sur la *figure* 72; en faisant l'analogie $U_2 = A_2 \varphi_2$, on règle la différence de potentiel $U_2^- - U_2^+$ entre les électrodes du sillage de façon que :

$$U_2^- - U_2^+ = A_2\, g(x), \quad \text{condition (34).}$$

A_2 est facilement déterminé à partir des résultats précédents puisque :

$$U_2^- - U_2^+ = \frac{A_2 U_1^+ x_\infty u_\infty}{100}$$

ou

$$A_2 = \frac{U_2^- - U_2^+}{U_1^+} \cdot \frac{100}{x_\infty u_\infty} = \frac{B\ 100}{x_\infty u_\infty}.$$

$B = \dfrac{U_2^- - U_2^+}{U_1^+}$ est choisi arbitrairement suivant les possibilités d'échelle du montage analogique.

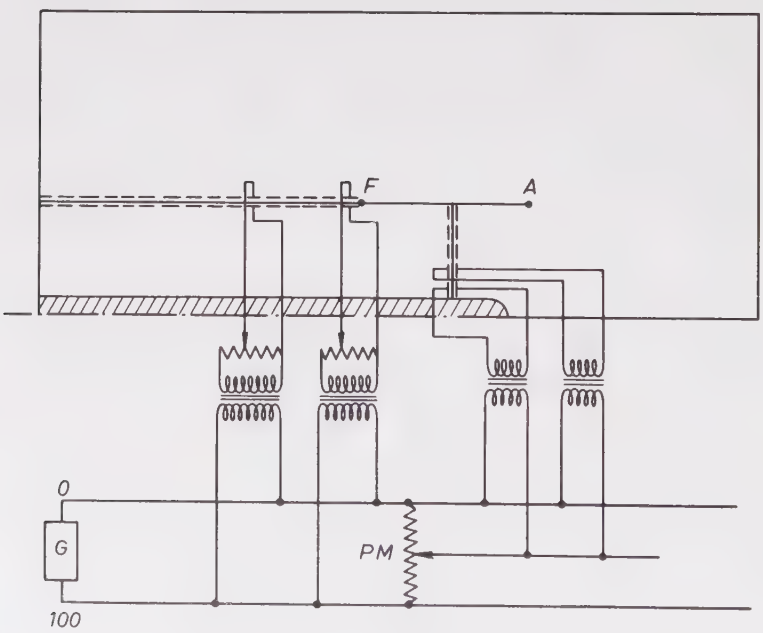


FIGURE 72 - Résolution de φ_2

La condition de JOUKOWSKI est réglée au bord de fuite au moyen de la différence de potentiel ΔU_2 imposé sur (H) au moyen de transformateurs, la vitesse u_{h_2} au droit de l'hélice s'obtient en mesurant l'intensité I_2 qui traverse la paroi (H) par l'intermédiaire de ces transformateurs.

On a :

$$\frac{u_{h_2}}{u_\infty} = \frac{x_\infty \rho_e I_2}{100\ B\ \Delta x\ \xi\ 0{,}2}, \qquad \xi = \frac{y}{r_{max}}$$

ρ_e est la résistivité de l'eau, Δx la largeur de l'électrode, 0,2 la pente de la cuve inclinée, y l'ordonnée du point de mesure. Les résultats montrent que $\frac{u_{h_2}}{u_\infty}$ est faible et négatif, c'est-à-dire qu'après l'hélice il y a une accélération du fluide donc une légère contraction du jet.

5,5243 Effet de moyeu

Pour mettre en évidence l'effet du moyeu, la tuyère est encore réduite à un cylindre et les conditions aux limites deviennent $\varphi'_{3n} = 0$ sur AF, $\varphi'_{3n} = \sin\alpha$ sur l'ogive (c), $\Delta\varphi_3 = \Gamma_3$ sur (H) qui traduit la circulation induite sur le cylindre par l'ogive, enfin la coupure DF est supprimée de façon à assurer la continuité des potentiels en arrière du cylindre. Le montage analogique est indiqué sur la *figure* 73; nous n'insisterons pas sur la réalisation de cette expérience analogique particulièrement simple. On a constaté que les vitesses induites au droit de l'hélice sont négligeables, et que la distribution de potentiel du profil est légèrement perturbée au bord d'attaque.

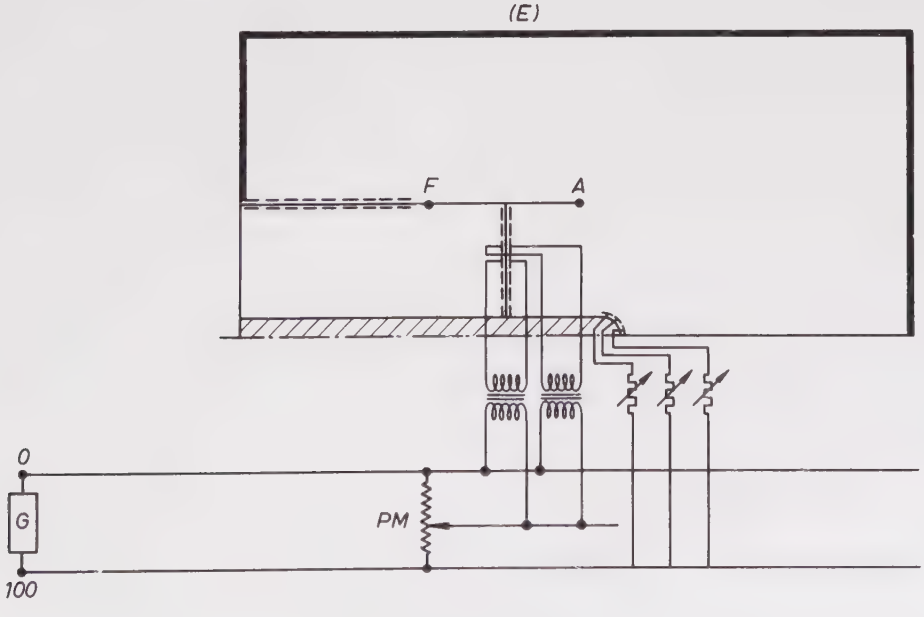


FIGURE 73 - Résolution de φ_3

5,5244 Effet de profil.

Le montage analogique est indiqué sur la *figure* 74. Les intensités ou les dérivées normales déduites de la condition de glissement sur le profil sont imposées par la méthode des grandes résistances. Les conductances C_m sont choisies suffisamment faibles pour que la différence de potentiel à leurs bornes soit supérieure à 95 % de $\frac{\delta U_4}{2}$, δU_4 étant la différence de potentiel mesurée aux bornes du générateur, on peut écrire alors sans grande erreur que $I = \frac{\delta U_4}{2} C_m$.

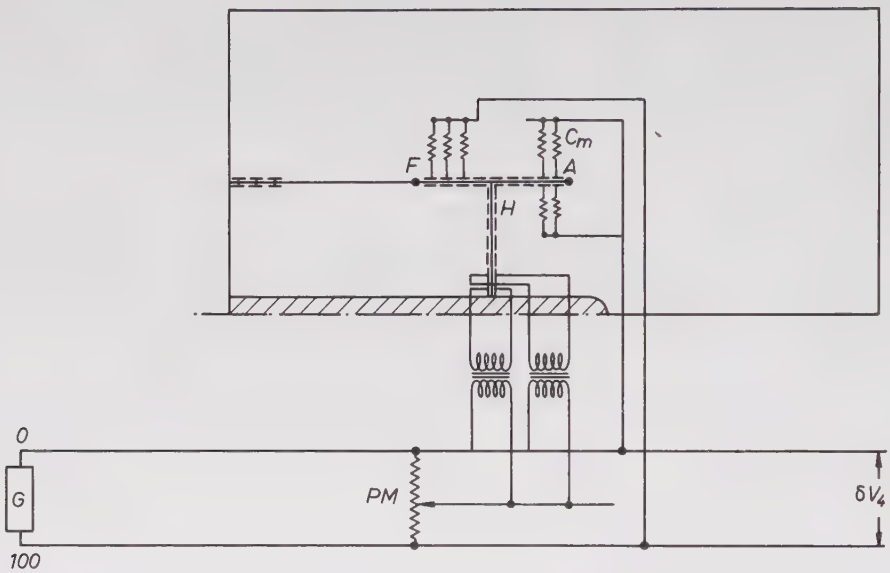


FIGURE 74 - Résolution de φ_4

Les valeurs de C_m se déduisent de la condition de glissement puisque :

$$f'_x = \frac{1}{A_4} U'_{4n} = \frac{\rho_e}{0{,}2\, A_4\, \Delta x} \cdot \frac{\delta U_4}{2} C_m$$

ou

$$f'_x = B\, C_m ,$$

B étant une constante arbitraire choisie de manière que la condition énoncée plus haut pour la validité de la méthode d'injection des intensités soit satisfaite. La constante d'analogie est alors donnée par :

$$A_4 = \frac{\rho_e}{0{,}2\, B\, \Delta x} \cdot \frac{\delta U_4}{2}$$

et la vitesse au droit de l'hélice par :

$$u_{h_4} = \frac{1}{A_4} U'_{4n} .$$

La circulation ΔU_4 est réglée en égalisant la pente de la ligne de courant partant du bord de fuite à la moyenne des pentes de l'intrados et de l'extrados en cet endroit (condition de JOUKOWSKI). Electriquement, cela revient à égaliser le courant traversant l'électrode située immédiatement après le bord de fuite, à la moyenne des courants traversant les deux électrodes d'intrados et d'extrados qui précèdent le bord de fuite.

5,525 *Analyse des résultats*

a) *Composition des vitesses.*

La vitesse à l'infini est donnée par :

(36) $$X = 1 + u_\infty ,$$

où u_∞ est la survitesse axiale déterminée par l'effet d'hélice dans un cylindre. La vitesse au droit de l'hélice est donnée par la relation :

(37) $$Y = 1 + u_\infty - \left(\frac{u_{h_2}}{u_\infty}\right) u_\infty + u_{h_4} ;$$

le coefficient $\frac{u_{h_2}}{u_\infty}$ déterminé par la deuxième expérience de l'effet d'hélice dans un cylindre est, en général, de l'ordre de quelques pour cent. u_{h_4} est la survitesse axiale créée par le profil au droit de l'hélice. En portant ces valeurs de X et de Y dans la formule (25) qu'on écrit plus brièvement sous la forme :

$$Y(X - 1) = a$$

a étant un facteur dépendant de C_T, Λ et ξ_o, donc des données du problème posé, on aboutit à une équation du second degré en u_∞ :

(39) $$\left(1 - \frac{u_{h_2}}{u_\infty}\right) u_\infty^2 + (1 + u_{h_4})\, u_\infty - a = 0$$

qui, résolue, fixe la valeur de u_∞.

On a vu au paragraphe 5,3 qu'il était nécessaire pour améliorer le rendement du propulseur, d'augmenter le plus possible le rapport $\frac{Y}{X}$, d'après les formules (36) et (37) on voit qu'une telle augmentation ne peut être obtenue que si u_{h_4} est aussi grand que possible. La survitesse u_{h_4} ne dépend que de la forme du profil de la tuyère, elle n'aura une valeur élevée et positive que si le profil est fortement cambré vers l'extérieur, nous sommes ainsi reconduit au principe de la tuyère divergente déjà indiquée ; il n'est pas inutile, cependant, de faire remarquer qu'il importe que ce soit la ligne moyenne du profil qui soit divergente. L'analogie a en effet montré que le profil d'une tuyère dont la paroi interne après l'hélice était constituée par un cylindre circulaire, c'est-à-dire d'une tuyère à ligne moyenne forcément convergente, donnait une survitesse négative assez importante ayant un effet tout à fait défavorable. On peut rappeler pour corroborer ce fait des essais effectués au bassin de Wageningen sur des tuyères du même type que celui que nous venons de décrire ; dans ces essais on observait que la modification de la sortie cylindrique de la tuyère qui était rendue divergente sur une faible longueur,

ne modifiait pas sensiblement le fonctionnement du propulseur. On peut trouver une explication, nous semble-t-il, dans le fait que les différentes tuyères essayées avaient des profils dont la ligne moyenne variait peu et restait convergente, ce qui, d'après les résultats analogiques que nous avons trouvés, ne rend pas possible une amélioration sensible entre les différents projets.

b) *Répartition de circulation sur le profil.*

U_∞ étant défini par la formule (39) il est facile de composer linéairement les différentes répartitions de potentiel mesurées sur le profil au cours des expériences analogiques. Tant que la distribution ne présentera pas de point anguleux au bord d'attaque, on modifiera le bord d'attaque du profil, soit en augmentant ou en diminuant l'ouverture des lèvres de la tuyère, soit en modifiant la courbure des parois. Il est à noter qu'on arrive assez rapidement à une forme convenablement adaptée.

5,53 Calcul du ventilateur et du redresseur aval.

5,531 Nous donnons ici pour mémoire le calcul du ventilateur et du redresseur à circulation constante dont on trouvera les principes de calcul en référence [39]. Le schéma de fonctionnement est donné sur les *figures* 75 et 76. On néglige l'effet sur le comportement des profils des phénomènes non stationnaires dus au passage des pales mobiles devant les fixes. Les circulations globales ont même valeur absolue et sont de signes opposés pour les deux roues, dans un tel régime les pertes induites sont supprimées et l'écoulement en aval est en principe purement axial.

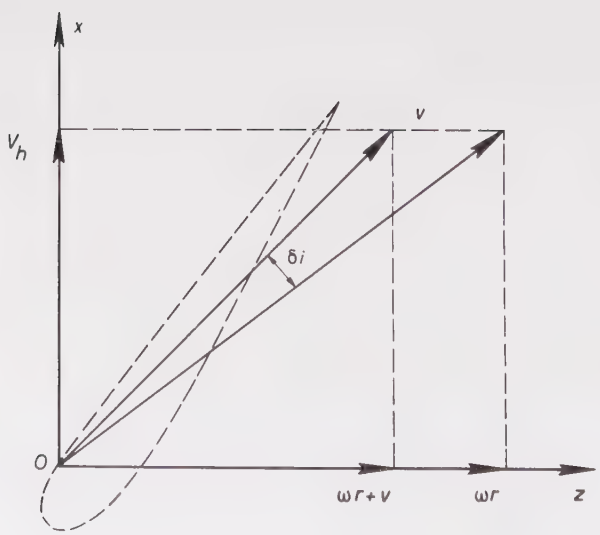


FIGURE 75 - Hélice

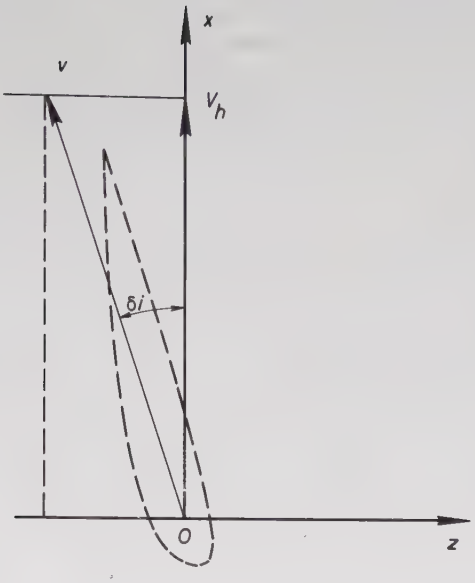


FIGURE 76 - Redresseur

5,532 *Détermination de la circulation.*

La théorie du ventilateur à circulation constante donne :

$$\frac{T_h^*}{\rho n^2 D^4} = \frac{\pi}{4} \Delta \, (1 - \xi_o^2 - 2\,\varepsilon) \tag{40}$$

où $\Delta = m\Gamma$, m étant le nombre de pales, Γ la circulation rapportée à nD^2 et ξ le jeu entre le bout de pale et la paroi interne de la tuyère. On peut évaluer le premier membre de (40) par la poussée du ventilateur calculée par le théorème de la quantité de mouvement suivant une formule dérivée de (23) :

$$\frac{T_h^*}{\rho n^2 D^4} = K_T \frac{X+1}{2\,Y} \cdot \frac{T^*}{T}; \tag{41}$$

on tire ainsi de (40) et (41) la relation :

$$\Delta = \frac{2}{\pi} K_T \cdot \frac{X+1}{Y} \cdot \frac{T^*}{T} \cdot \frac{1}{1 - \xi_o^2 - 2\,\varepsilon} \tag{42}$$

où tous les composants du second membre sont connus. De la valeur de Δ ainsi calculé on déduit suivant le nombre de pales la circulation de chaque profil.

5,533 *Calcul de la roue mobile*

a) *Détermination de l'angle induit.*

L'hélice induit une survitesse circonférentielle $2\vec{V}$ telle que :

$$v = \frac{\bar{v}}{nD} = -\frac{\Delta}{2\pi\xi}, \quad \xi = y / r_{max}.$$

Le schéma de fonctionnement d'un profil étant celui de la *figure* 75, un calcul immédiat donne pour l'angle induit δi :

$$\delta i \cong \frac{\Lambda_h v}{\Lambda_h^2 + \pi^2 \xi^2} = \frac{\Lambda_h \Delta}{2\pi\xi(\Lambda_h^2 + \pi^2 \xi^2)}$$

avec :

$$\Lambda_h = \frac{V_h}{nD}.$$

δi est calculé, non pas avec la valeur moyenne de Λ_h utilisée pour déterminer les efforts globaux, mais avec la répartition mesurée au moyen du calcul analogique

b) *Détermination des profils.*

On calcul facilement le C_z de chaque section par la formule :

$$C_z = \frac{4\Gamma}{t\sqrt{\Lambda_h^2 + \pi^2 \xi^2}} \tag{43}$$

où t est la corde du profil.

Des courbes de fonctionnement du profil choisi on déduit l'incidence du profil, à laquelle on ajoute δi pour obtenir le calage définitif. Les profils qui semblent les mieux adaptés [35] [24] à un fonctionnement non cavitant sont les profils construits avec une ligne moyenne donnant une différence de pression constante sur 80% de la corde et une répartition d'épaisseur du type NACA 16 donnant des dépressions aussi uniformes que possible sur la corde. On trouve dans les références citées des abaques donnant les dépressions maximales $\Delta q = \frac{p_\infty - p}{\frac{1}{2}\rho V^2}$ sur le profil en fonction du C_z, de la flèche et de l'épaisseur relative; ce qui permet, connaissant la valeur du nombre de cavitation $\sigma = \frac{p_v - p_c}{\frac{1}{2}\rho V^2}$ (p_c pression de vapeur saturante, V vitesse de l'eau autour du profil) en envergure, de déterminer la géométrie des profils de façon que les pressions minimales Δq soient inférieures à 0,75 σ, ce qui garantit, en principe, le profil des risques de cavitation. Enfin, les épaisseurs relatives auxquelles on est conduit doivent être suffisantes pour assurer la résistance mécanique de pales.

5,534 *Calcul du redresseur fixe*

La circulation globale $m\Gamma$ des profils redresseurs doit être la même que celle de la roue mobile pour que les pertes induites soient supprimées ; de cette circulation globale on déduit la circulation de chaque bras suivant leur nombre qu'il est avantageux de prendre différent du nombre de pales.

De façon évidente on a :

$$C_z = \frac{4\Gamma}{t\Lambda_h}$$

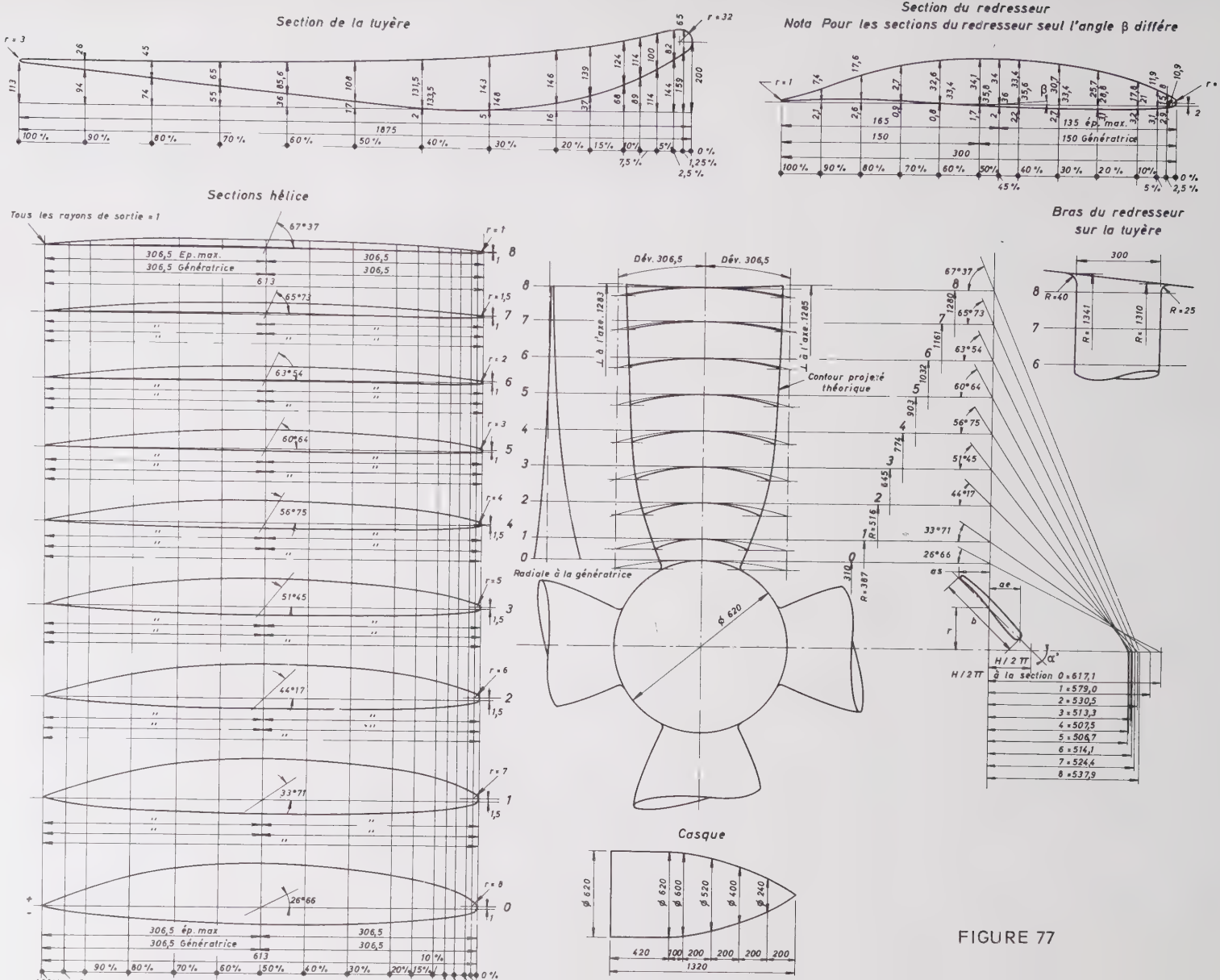

Section de la tuyère
Section du redresseur
Nota Pour les sections du redresseur seul l'angle β diffère
Sections hélice
Tous les rayons de sortie = 1
306,5 Ep. max.
306,5 Génératrice
306,5 ép. max
Dév. 306,5
Contour projeté théorique
Radiale à la génératrice
Bras du redresseur sur la tuyère
135 ép. max.
150 Génératrice
Casque
H/2π
à la section 0 = 617,1
1 = 579,0
2 = 530,5
3 = 513,3
4 = 507,5
5 = 506,7
6 = 514,1
7 = 524,6
8 = 537,9

FIGURE 77

Tableau du redresseur

Sections	Rayons de coupe	larg.rs dévées	Epˢ maxi	β	Sinus β	Cosinus β
0	310	300	36	7°21	0,1255	0,9921
1	387	"	"	5°69	0,0991	0,9951
2	516	"	"	3°73	0,0650	0,9979
3	645	"	"	2°60	0,0454	0,9990
4	774	"	"	1°87	0,0326	0,9995
5	903	"	"	1°42	0,0248	0,9997
6	1032	"	"	1°13	0,0197	0,9998
7	1161	"	"	0°98	0,0171	0,9998
8	1280	"	"	0°89	0,0155	0,9999

Nature de la Génératrice	Droite
Nombre de bras	5

Tableau de l'hélice

Sections	Rayons de Coupe R	larg.rs dévées b	Ep. maxi e	α'	Sinus α	Cosinus α'	a.e théorique	a.s théorique	H
0	360	306,5	87,7	26°66	0,4487	0,8937	273,9	273,9	3878
1	387	"	78,4	33°71	0,5550	0,8318	254,9	254,9	3638
2	516	"	64,4	44°17	0,6968	0,7173	219,8	219,8	3333
3	645	"	52,0	51°45	0,7821	0,6232	191,0	191,0	3225
4	774	"	39,8	56°75	0,8363	0,5483	168,0	168,0	3189
5	903	"	29,4	60°64	0,8715	0,4903	150,3	150,3	3184
6	1032	"	20,7	63°54	0,8952	0,4456	136,6	136,6	3230
7	1161	"	14,7	65°73	0,9116	0,4110	126,0	126,0	3295
8	1280	"	11,0	67°37	0,9230	0,3848	117,9	117,9	3380

Nature de la Génératrice	Droite
Nombre d'ailes	4
Diamètre extérieur	2,560 m
Fraction de surface développée sans moyeu	0,51

Tableau des ordonnées de l'hélice

Sn	1,25 %	2,5	5	7,5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	95	100 %
+	10,9	15,8	22,9	29,4	33,0	40,2	46,4	54,8	59,7	62,4	59,8	55,1	43,0	25,0	13,3	0,8
0 -	7,6	10,0	12,9	14,0	16,4	19,0	20,4	22,8	24,1	25,3	23,5	20,3	17,0	11,4	6,9	0,8
	18,5	25,8	35,8	43,4	49,4	59,2	66,8	77,6	83,8	87,7	83,3	75,4	60,0	36,4	20,2	1,6
+	10,0	14,6	21,1	27,0	30,3	36,9	42,6	50,4	55,0	56,6	55,2	50,7	39,6	22,6	12,2	0,8
1 -	6,9	9,0	11,7	12,6	14,8	17,1	18,4	20,4	21,6	21,8	21,2	18,1	15,2	10,2	6,3	0,8
	16,9	23,6	32,8	39,6	45,1	54,0	61,0	70,8	76,6	78,4	76,4	68,8	54,8	32,8	18,5	1,6
+	8,3	12,1	17,6	22,6	25,2	30,8	35,4	42,0	45,9	47,3	46,0	42,4	33,1	18,9	10,2	0,6
2 -	5,6	7,3	9,4	10,0	11,8	13,6	14,4	16,0	16,9	17,1	16,6	14,1	11,9	8,1	5,0	0,6
	13,9	19,4	27,0	32,6	37,0	44,4	49,8	58,0	62,8	64,4	62,6	56,5	45,0	27,0	15,2	1,2
+	6,8	9,9	14,5	18,5	20,9	25,4	29,4	34,9	38,0	39,1	38,2	35,1	27,7	15,6	8,4	0,5
3 -	4,4	5,8	7,3	7,5	9,1	10,4	11,0	12,3	12,8	12,9	12,4	10,4	9,3	6,2	3,9	0,5
	11,2	15,7	21,8	26,0	30,0	35,8	40,4	47,2	50,8	52,0	50,6	45,5	37,0	32,8	12,3	1,0
+	5,3	7,8	11,4	14,8	16,6	20,2	23,5	27,8	30,4	31,3	30,5	28,2	21,9	12,4	6,6	0,4
4 -	3,3	4,2	5,3	5,3	6,4	7,2	7,5	8,2	8,4	8,5	8,2	6,8	5,9	4,3	2,7	0,4
	8,6	12,0	16,7	20,1	23,0	27,4	31,0	36,0	38,8	39,8	38,7	35,0	27,8	16,7	9,3	0,8
+	4,1	6,0	8,9	11,7	13,0	16,0	18,6	22,1	24,2	24,9	24,4	22,5	17,5	9,8	5,2	0,3
5 -	2,2	2,8	3,4	3,2	3,9	4,3	4,3	4,5	4,5	4,5	4,3	3,3	3,1	2,5	1,7	0,3
	6,3	8,8	12,3	14,9	16,9	20,3	22,9	26,6	28,7	29,4	28,7	25,8	20,6	12,3	6,9	0,6
+	3,1	4,6	6,8	9,0	10,1	12,4	14,5	17,3	19,0	19,5	19,0	17,7	13,7	7,6	4,0	0,2
6 -	1,4	1,7	1,9	1,4	1,9	1,9	1,7	1,5	1,4	1,2	1,1	0,5	0,8	1,1	0,9	0,2
	4,5	6,3	8,7	10,4	12,0	14,3	16,2	18,8	20,4	20,7	20,1	18,2	14,5	8,7	4,9	0,4
+	2,3	3,5	5,3	7,1	7,9	9,8	11,5	13,7	15,1	15,6	15,2	14,2	10,9	6,0	3,1	0,1
7 -	0,8	0,9	0,8	0,3	0,6	0,3	+ 0,1	+ 0,5	+ 0,8	+ 0,9	+ 0,9	+ 1,3	+ 0,6	0,1	0,3	0,1
	3,1	4,4	6,1	7,4	8,5	10,1	11,4	13,2	14,3	14,7	14,3	12,9	10,3	6,1	3,4	0,2
+	1,9	2,8	4,3	5,9	6,5	8,1	9,5	11,4	12,5	13,0	12,7	11,9	9,1	5,0	2,6	0,1
8 -	0,5	0,5	0,3	- 0,3	+ 0,2	+ 0,5	+ 1,0	+ 1,5	+ 1,8	+ 2,0	+ 2,0	+ 2,2	+ 1,4	+ 0,4	0,0	0,1
	2,4	3,3	4,6	5,6	6,3	7,6	8,5	9,9	10,7	11,0	10,7	9,7	7,7	4,6	2,6	0,2

et:

$$\delta_i = \frac{\Delta}{2\pi\xi\Lambda_h} .$$

Le choix des profils est guidé par le même souci d'éviter la cavitation, ce qui est ici plus facile, la vitesse relative de l'eau étant plus faible que celle relative à l'hélice.

5,535 *Rendement du ventilateur*

Le rendement du ventilateur est donné par:

$$\eta_V = \frac{\Lambda_h \dfrac{T_h}{\rho n^2 D^4}}{\dfrac{P}{\rho n^3 D^5}}$$

où P est la puissance sur l'arbre de l'hélice.

La théorie du ventilateur donne, d'une part:

$$\frac{T_h}{\rho n^2 D^4} = \frac{\pi}{4} \Delta (1 - \xi_o^2) - \Delta \Lambda_h (1 - \xi_o) \cdot \frac{C_x}{C_z}$$

où C_z/C_x est la finesse des profils; d'autre part:

$$\frac{P}{\rho n^3 D^5} = \frac{\pi}{4} \Delta_x \left[\Lambda_h (1 - \xi_o^2) + 2\pi (1 - \xi_o^3) \frac{C_x''}{C_z} \right];$$

il vient donc:

$$\eta_V = \frac{\Lambda_h \left(1 + \xi_o - \Lambda_h \dfrac{C_x}{C_z} \right)}{\Lambda_h (1 + \xi_o) + 2\pi (1 + \xi_o + \xi_o^2) \dfrac{C_x}{C_z}}$$

Cette expérience portée dans la relation (26) donne une estimation du rendement du propulseur.

5,6 APPLICATIONS NUMERIQUES

La méthode qui vient d'être exposée a été appliquée au calcul d'un ensemble hélice - tuyère de caractéristiques suivantes:

- poussée demandée: T = 19 000 kg;
- diamètre de l'hélice: D = 2,58 m;
- longueur de la tuyère: l = 1,87 m;
- vitesse d'avance: V_o = 7,2 m/s;
- vitesse de rotation: n = 4 tr/s.

d'où l'on déduit les coefficients sous dimensions :

$$\Lambda = \frac{V_o}{nD} = 0{,}696,$$

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} = 0{,}258,$$

se répartissant en : $K_{T_h} = 0{,}202$ (poussée demandée à l'hélice),

$K_{T_t} = 0{,}056$ (poussée demandée à la tuyère) ;

on trouvera sur les *figures* 77 et 78 le plan du propulseur déterminé par nos calculs et dont un modèle réduit de 0,19 m de diamètre a été réalisé et essayé au bassin des carènes de Paris. Sur la *figure* 80 on trouvera les résultats de ces essais. Les performances réalisées sont un peu décevantes en ce sens que la poussée demandée n'a été approchée qu'à 12 % près. Aucune explication n'a pu être trouvée à cet écart et de nouvelles expérimentations seraient nécessaires pour l'expliquer. On doit noter que la poussée fournie par la tuyère seule correspond sensiblement à celle prévue, ce qui est un grand point d'acquis sur le premier projet réalisé où la tuyère ne donnait pas la poussée désirée.

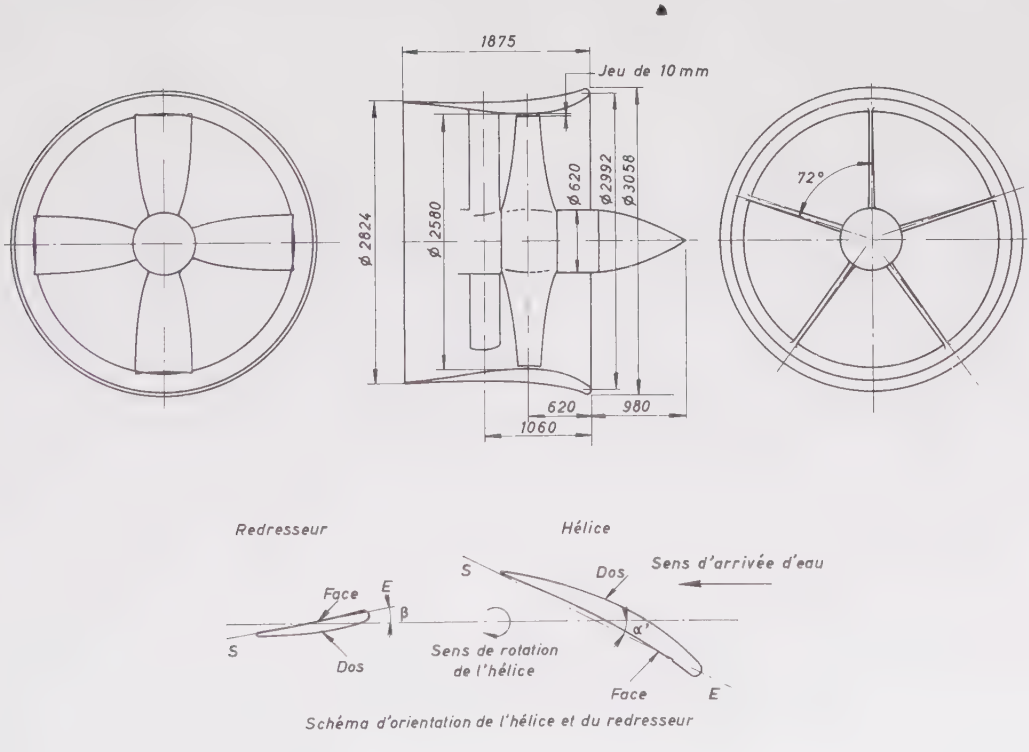


FIGURE 78 - Montage tuyère hélice redresseur.

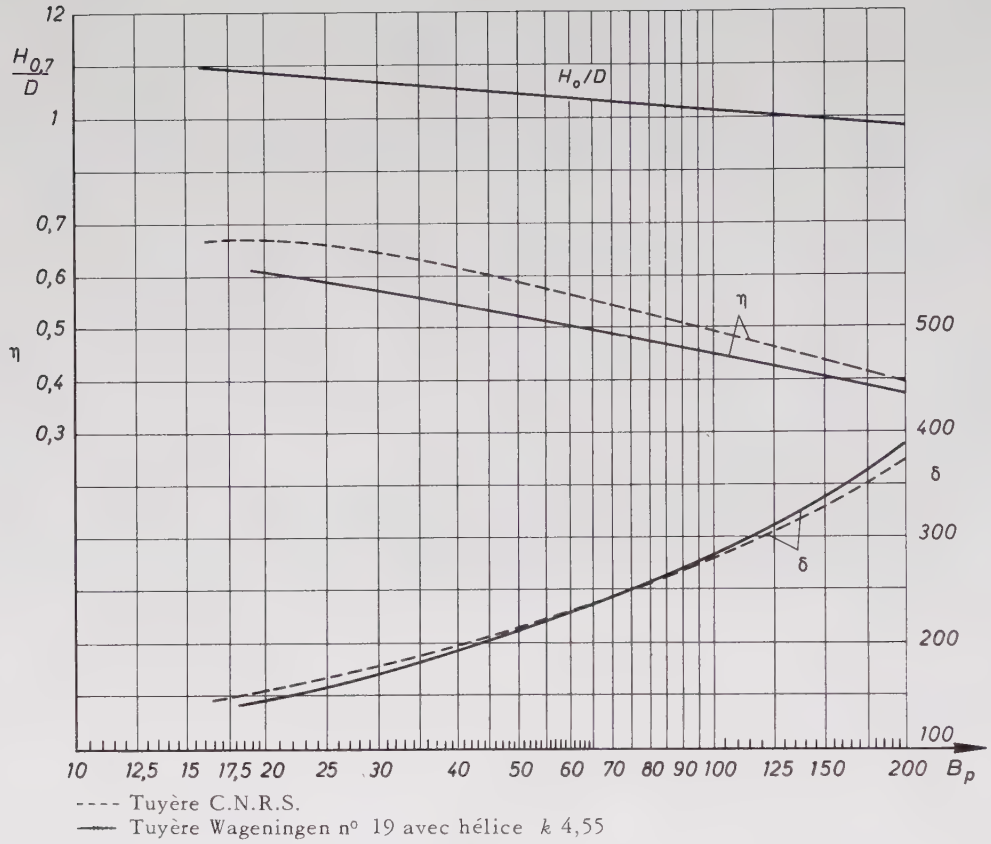


FIGURE 79

Cependant, le rendement apparaît comme très satisfaisant même s'il n'atteint pas les 70 % prévus. A ce sujet, il y aurait lieu de faire les mêmes remarques qu'au chapitre II concernant un effet d'échelle possible sur les résultats des essais. Pour pouvoir comparer les performances de notre modèle avec les modèles déjà existants, en particulier ceux réalisés par le bassin de Wageningen nous utilisons un graphique classiquement utilisé dans ce bassin. Sur ce graphique sont portés le rendement η, le paramètre $\delta = \frac{ND}{V} = \frac{101,4}{\Lambda}$ (D en pieds, N en tr/mn, V en nœuds) et $H_{0,7}/D$ le pas de l'hélice, en fonction de $B_P = \frac{NP^{0,5}}{V^{2,5}} = \frac{33,6\sqrt{K_Q}}{\Lambda^{2,5}}$ (P puissance à utiliser, en chevaux).

Les résultats fournis par le bassin de Wageningen [35] concernent une série de propulseurs constitués d'une même tuyère dans laquelle ont été essayées des hélices de différents pas $H_{0,7}/D$. Les rendements indiqués correspondent aux rendements maximaux atteints aux cours des différents essais de la série. L'intérêt du graphique ainsi constitué est de permettre une comparaison des rendements et des diamètres δ à puissance égale dépensée pour une vitesse et un nombre de tours donné.

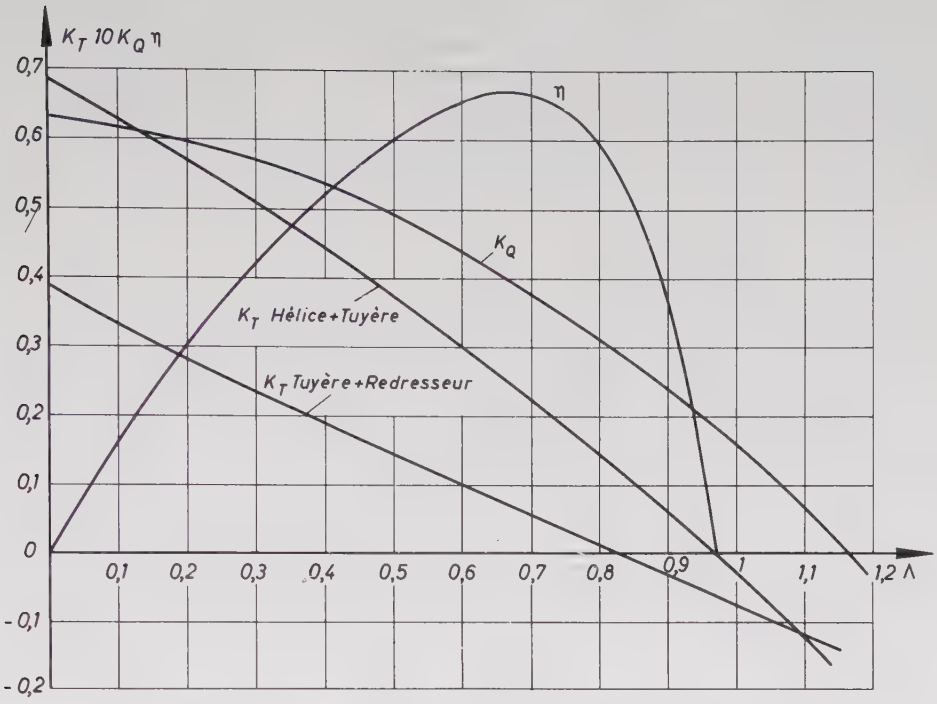


FIGURE 80 - Résultats des essais de la tuyère calculée.

Les résultats portés conjointement aux nôtres sur la *figure* 79 concernent la tuyère de Wageningen n° 9 équipée d'une hélice K4°55 et considérée par ce bassin comme donnant les meilleurs performances. On voit d'après la figure qu'à diamètre sensiblement égal et pour toute la gamme de puissances le gain de rendement est notable, de 5 à 13 % suivant les puissances. Notre calcul a été éffectuée pour un régime de faible puissance B_P = 16, aussi on peut penser pouvoir calculer une tuyère mieux adaptée aux régimes de grande puissance.

BIBLIOGRAPHIE

[1] J. LEGRAS et L. MALAVARD. — *Etude au bassin électrique du problème de la surface portante.* VI^e Congrès Int. de Méc. Appl., Paris, 1946.

[2] L. MALAVARD et L. DUQUENNE. — *Etude des surfaces portantes par analogies rhéoélectriques.* Rech. Aéronautique, n° 23, 1951.

[3] J. LEGRAS. — *Contribution à l'étude de l'aile portante.* P.S.T., n° 222, 1949.

[4] SPARENBERG. — *Application of lifting surface theory to ship crews* Akademie Van Wetenschapper, Proceeding series B 62, n° 5, 1959.

[5] R. S. GUILLOTON. — *Calcul des vitesses induites en vue du tracé des hélices.* Schiffstechnik, Cahier n° 21, Hambourg, 1957.

[6] KERWIN and LEOPOLD. — *Propeller Incidence Correction Due to Blade Thickness.* Journal of Ship Research, vol. 7, n° 2, octobre 1963.

[7] COX. — *Corrections to the camber of Constant Pitch Propellers.* Quarterly transactions of the Royal Int. of Naval Architects, vol. 103, n° 3, juillet 1961.

[8] G. GINZEL. — *Theory of the Broad Bladed Propeller.* Aero. Res. Council, CP n° 208.

[9] VAN MANEN and BAKKER. — *Numerical Results of Sparenberg's Lifting Surface Theory for Ship Screws.* 4^e Symposium d'Hydr. Navale, 1962.

[10] Pao C. PIEN. — *The Calculation of Marine Propellers Based on Lifting Surface Theory.* Journal of Ship Research, vol. 5 n° 2, septembre 1961.

[10bis] H. M. CHENG. — *Hydrodynamic Aspect of Propeller Design Based on Lifting Surface Theory.* Part 1: *Uniform Chord Wise Load Distribution.* DTMB, Rep 1802, 64 p., septembre 1964.

[11] R. SIESTRUNCK. — *Ecoulements à potentiel dans les machines hélicoïdales simples.* Pub. ONERA, n° 32.

[12] R. SIESTRUNCK. — *Le développement moderne de la théorie de l'hélice.* Gauthier-Villars, 1947.

[13] L. MALAVARD. — *The use of Rheoelectrical Analogies in Aerodynamics.* AGARD, n° 18, 1956.

[14] FERRI. — *La détermination de la vitesse induite par un tourbillon hélicoïdal et quelques-unes de ses applications à l'étude de l'hélice.* Traduction technique du GRA, n° 825.

[15] L. MALAVARD, R. SIESTRUNCK et P. GERMAIN. — *Calcul des répartitions de vitesse sur les profils des grilles planes.* La Recherche Aéronautique, n° 4, 1948.

[16] VAN LAMMEREN. — *Résistance, Propulsion and Steering of Ship.* The Technical Publishing Company H. Stain Haarlem, Holland.

[17] R. S. GUILLOTON. — *The Calculation of Ship Screws.* Transac. of the Inst. of Nav. Arch., janvier 1949.

[18] KRAMER. — *Weiterführung von Goldsteins Lösung des optimalproblems für Schroubenpropeller.* Deutsche Luftfahrtforschung, n° 1531.

[19] TACHMINDJI. — *The Potential Problem of the Optimum Propeller with Finite Hube.* Int. Shipbuilding Progress, vol. 3, n° 27, novembre 1956.

[20] TACHMINDJI and MILAM. — *The calculation of the Circulation Distribution for Propellers with Finite Hube having three, four, five and six blades.* DTMB, report n° 1141.

[21] R. SIESTRUNCK. — *Sur un mode de solution rhéoélectrique des problèmes de l'hélice propulsive.* CRAS, 30 octobre 1944.

[22] HUARD DE LA MARRE. — *Résolution de problèmes d'infiltrations à surface libre au moyen d'analogies électriques.* PST, n° 340, du S.D.I.T.

[23] C. A. JOHNSSON. — *An Examination of Some Theoretical Propeller Design Methods.* Publication du Bassin des Carènes suédois de Göteborg, n° 50, 1962.

[24] M. K. ECKHARDT. — *A Propeller Design Method.* Transaction of SNAME, 1955.

[25] C.B. VAN DE VOORDE and J. ESVELD. — *Tunnel Tests on Supercavitating Propellers.* Fourth symposium on Naval Hydrodynamics, vol. 1, 1962.

[26] TACHMINDJI and MORGAN. — *The Design and Estimated Performance of a Serie of Supercavitating Propellers.* Proceeding of the second symposium on Naval Hydrodynamics, août 1958.

[27] E.VENNING.—*Supercavitating Propeller Performance.* Trans. SNAME, vol.70, 1962.

[28] M. P. TULIN et M. P. BURKART. — *Linearized Theory for Flows about Lifting Foils at Zero Cavitation Number.* DTMB, Rep. C 638, février 1955.

[29] T. S. LUU. — *Tracé de profils supercavitants répondant à une charge locale imposée.* Journal de Mécanique, vol. II, n° 1, mars 1963.

[30] T. S. LUU. — *Tracé de grilles supercavitantes.* Note intérieure du C.C.A.

[31] T. S. LUU. — *Hydrofoils supercavitants d'envergure finie - simulation rhéoélectrique.* Colloque International des techniques de Calcul analogique et numérique en aéronautique, Liège, 1963.

[32] P. SULMONT. — *Détermination du potentiel de perturbation autour d'une surface portante en mouvement hélicoïdal.* C.R. Acad. Sc., t. 256, p. 4841, juin 1963.

[33] P.TULIN.—*Supercavitating Propellers History, Operating Caracteristics Mechanism of Operation.* Tech. Rep. 127-6, Hydronautics, Incorporated, 1964.

[34] P. TULIN. — *Supercavitating Propellers Momentum Theory.* Tech. Rep. 121-4, Hydronautics, Incorporated, 1964.

[35] VAN MANEN. — *The design of Screw-Propellers in Nozzles.* Publ. n° 137 of the NSME, mars 1959.

[36] VAN MANEN. — *Recent Research on Propellers in Nozzles.* Publ. n° 136 of the NSMB, 1957.

[37] HACQUES. — *Problèmes de la surface portante annulaire traités par la méthode des analogies rhéoélectriques.* Publ. n° 358 du S.D.I.T., mars 1960.

[38] T. S. LUU. — *Contribution à la théorie linéarisée des effets de jets minces et de cavitations. Calcul des écoulements par analogie rhéoélectrique.* Publ. n° 389 du S.D.I.T., septembre 1962.

[39] P. SIESTRUNCK. — *Aérodynamique des machines tournantes.* 1948.

[40] LAZAREFF. — *Les hélices carénées et leurs utilisations.* Ing. Autom., vol. 36, n° 11, 1963.

[41] H. W. LERBS. — *Moderately Loaded Propellers with a Finite Number of Blades and on Arbitrary Distribution of Circulation.* Trans. SNAME, vol. 60, 1952.

[42] C. A. JOHNSSON. — *Comparaison of Propeller Design Techniques.* 4e symposium d'Hydrodynamique Navale, ACR 73, vol. 1, 1962.

103691 - Imprimerie du CEDOCAR, 4, avenue de la Porte-d'Issy, Paris-XV[e]
Avec la collaboration de l'Imprimerie SAMACETA (Paris)

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

SUR LES MOUVEMENTS PROPULSIFS DES POISSONS

Vu et approuvé :

Paris, le 27 Janvier 1966.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

Marc ZAMANSKY.

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean ROCHE.

CEDOCAR

IMPRIMERIE